Outils mathématiques 1 — Test 4 — Novembre 2024

Merci de répondre directement et uniquement sur cette feuille. Durée : 12 min.

NOM : PALERMO

GROUPE : C et D . NOTE :

/3

1. Déterminer les ensembles de définition des deux fonctions suivantes : (1 pt)

(a) $f(x) = \frac{4x+1}{2x^2-3x-5}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \mid \underbrace{2x^2-3x-5=0} \right\}$

$\Delta = 9 + 4 \times 5 \times 2 = 49 = 7^2 \Rightarrow x_1 = \frac{3-7}{4} = -1$

$x_2 = \frac{3+7}{4} = 5/2$

$\Rightarrow D_f = \underline{\mathbb{R} \setminus \{-1; 5/2\}}$

$=]-\infty; -1[\cup]-1; 5/2[\cup]5/2; +\infty[$

(b) $f(x) = \sqrt{-x^2+2x+3}$

$D_f = \left\{ x \mid \underbrace{-x^2+2x+3} \geq 0 \right\}$

$\Delta = 4 - 4 \times 3 \times (-1) = 16 = 4^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-2-4}{-2} = 3$

$x_2 = \frac{-2+4}{-2} = -1$

$-x^2+2x+3$ du signe de (-1) à l'intérieur des racines.

$\Rightarrow D_f = \underline{[-1; 3]}$

2. Étudier les parités des quatre fonctions suivantes : (1 pt)

— $f(x) = \frac{x^4+1}{x^3-4x}$ ← paire
← impaire

f est impaire

— $f(x) = \frac{x^2 + \overset{!}{x} + 1}{x^2 - 2}$ ni pair ni impair

$\Rightarrow f$ n'a pas de parité

— $f(x) = x \ln(x^2 + 1)$
impair
pair $\Rightarrow \ln(x^2 + 1)$ est pair
 $\Rightarrow f(x)$ est impair

— $f(x) = \sin(2x + 1)$
ni pair ni impair
 $\Rightarrow f$ n'a pas de parité.

3. Déterminer les périodes des trois fonctions suivantes : (0,75 pt)

— $f(x) = \tan(5x)$
 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}$ ($\tan x$ π -périodique)

— $f(x) = \sin^2(2x)$ ($\sin^2 x$ π -périodique)
 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$
 (ou encore $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sin(4x)}{2}$ $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$)

— $f(x) = \cos(8x) + 2 \sin(6x)$ ($\cos x$ et $\sin x$ 2π -périodiques)
 $\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$ $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$
 Périodes des fonctions $\left\{ \begin{array}{l} \cos(8x) : \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}; \pi \\ \sin(6x) : \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \pi \end{array} \right.$ commune
 $\Rightarrow f$ est π -périodique
 $T = \pi$.

4. QCM. Soit C la courbe de f . Pour obtenir la courbe de g avec $g(x) = 2 \cdot f(x + 3)$, il faut réaliser l'ensemble des transformations cochées ci-dessous : (0,25 pt)

- Translation de C de vecteur $3\vec{i}$.
- Translation de C de vecteur $-3\vec{i}$.
- ~~Translation de C de vecteur $3\vec{j}$.~~
- Translation de C de vecteur $3\vec{j}$.
- Dilatation verticale de C de rapport 2.
- Contraction verticale de C de rapport 2.
- Dilatation horizontale de C de rapport 2.
- Contraction horizontale de C de rapport 2.