

Outils mathématiques 1 — Test 2 — Octobre 2024

Merci de répondre directement et uniquement sur cette feuille. Durée : 12 min.

NOM : **PALERNO**

GRUPEs: **C & D**. NOTE :

/3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(1; -1; 4)$, $B(2; -1; 6)$, $C(-1; 3; 3)$ et $D(1; 1; 5)$.

1. Donner une équation cartésienne du plan Π contenant les points A , B et C (1 pt)

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & +1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & +1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{(0,5)}$$

$$\Pi = \left\{ M(x; y; z) / \vec{n} \cdot \vec{AM} = 0 \right\}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AM} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \\ z-4 \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -8x + 8 - 3y - 3 + 4z - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \Pi: \underline{-8x - 3y + 4z - 11 = 0}$$

(0,5)

2. Donner une valeur approchée (avec trois chiffres significatifs) de la surface \mathcal{A} du triangle ABC , puis déterminer les coordonnées d'un vecteur \vec{n}^* normal à Π et unitaire. (0,5 pt)

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\| = \frac{1}{2} \sqrt{64 + 9 + 16} = \frac{\sqrt{89}}{2} \simeq \underline{4,72 \mu\text{A}} \quad \text{(0,5)}$$

$$\vec{n}^* = \frac{1}{\sqrt{89}} \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{89}} \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{(0,5)}$$

3. Calculer le volume \mathcal{V} du parallélépipède engendré par les vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{AD} . (0,5 pt)

$$m = [\vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD}] \Rightarrow \mathcal{V} = |m|.$$

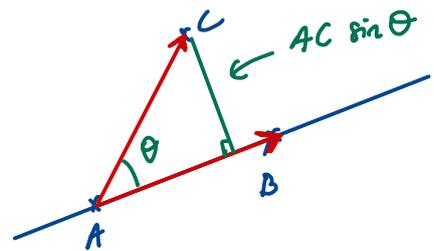
$$m = \vec{n} \cdot \vec{AD} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -6 + 4 = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\mathcal{V} = 2 \text{ u.v.}} \quad \leftarrow \textcircled{0,5} \text{ (signe)}$$

4. Donner une valeur approchée (avec trois chiffres significatifs) de la distance d entre le point C et la droite (AB) . (0,5 pt)

$$d = \frac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{\|\vec{AB}\|} = \frac{\sqrt{89}}{\sqrt{5}} \approx \underline{4,22 \text{ uL}}$$

$\textcircled{0,5}$



5. Enfin, donner des équations paramétriques pour la droite \mathcal{T} , perpendiculaire à Π et passant par D , et indiquer si cette droite passe par le point $H(-7; -2; 7)$ (0,5 pt)

$$\mathcal{T} \perp \Pi \text{ et } D \in \mathcal{T} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8t + 1 \\ y = -3t + 1 \\ z = 4t + 5 \end{cases} \quad \textcircled{0,5}$$

Concernant H

$$\begin{cases} -7 = -8t + 1 \\ -2 = -3t + 1 \\ 7 = 4t + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 0,5 \end{cases} \leftarrow \text{valeurs différentes} \Rightarrow H \notin \mathcal{T}.$$

$\textcircled{0,5}$