

NOM : **C. PALERNO**

GROUPE :

NOTE :

/2

1. On considère les points $A(-1 ; 2)$, $B(1 ; 3)$ et $C(-2 ; -2)$.

Calculer l'angle $\theta = \langle \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \rangle$ (on donnera la valeur en degrés et le signe). (1 pt)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1+1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -2+1 \\ -2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{AC}\|} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = -6$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{5} \quad \text{et} \quad \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{-6}{\sqrt{5} \sqrt{17}} = -0,651 \quad \Rightarrow \theta = \pm 131^\circ$$

$$\text{De plus, } \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -8+1 = -7 < 0 \Rightarrow \theta < 0$$

Ainsi, $\theta = -131^\circ$

2. Soient les points $J(1 ; -1)$, $K(3 ; -2)$ et $L(1 ; 2)$. Donner les coordonnées du point H obtenu par projection orthogonale de L sur (JK) (1 pt)

Soit $\mathcal{D} \perp (JK)$ telle que $L \in \mathcal{D}$. Alors $\mathcal{D} \cap (JK) = H$

$$(JK) = \{ \pi(x; y) / \overrightarrow{JK} \parallel \overrightarrow{J\pi} \} \rightarrow \overrightarrow{JK} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ -2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{J\pi} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{JK} \parallel \overrightarrow{J\pi} \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{JK}, \overrightarrow{J\pi}) = 0 = \begin{vmatrix} 2 & x-1 \\ -1 & y+1 \end{vmatrix} = 2y+2+x-1 \Rightarrow \underline{x+2y+1=0.}$$

$$\mathcal{D} = \{ \pi(x; y) / \overrightarrow{JK} \perp \overrightarrow{L\pi} \} \rightarrow \overrightarrow{L\pi} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{JK} \perp \overrightarrow{L\pi} \Leftrightarrow \overrightarrow{JK} \cdot \overrightarrow{L\pi} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} = 0 = 2x-2-y+2 \Leftrightarrow \underline{2x-y=0}$$

$$H(x; y) = \mathcal{D} \cap (JK) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+1=0 \text{ (1)} \\ 2x-y=0 \text{ (2)} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} (1)+2 \times (2) &\rightarrow 5x+1=0 \Rightarrow x=-1/5 \\ \text{puis (2)} &\rightarrow y=2x=-2/5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow H(-1/5 ; -2/5) \text{ ou } H(-0,2 ; -0,4)$