

Outils mathématiques 1 — TD 9 : Primitives et intégrales #2

Remarque : certains de ces énoncés pourront faire l'objet d'exercices supplémentaires (non corrigés en TD).

1. Déterminer les primitives de $f(x) = \tan(x)$.

2. Calculer, en intégrant par parties, $I_1 = \int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ et $I_2 = \int_0^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

3. Intégrer par parties :

$$\begin{array}{ll} 1) I = \int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx & 2) J = \int_0^{\pi/3} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx \\ 3) K = \int_0^{1/2} (3x^2 - 6x + 1) \ln(1-x) dx & 4) L = \int_0^{\pi/4} \exp(3x) \sin(2x) dx \end{array}$$

4. On considère les fonctions $f(x) = \ln x$ et $g(x) = x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) dt$. En intégrant par parties :

- déterminer la primitive de f s'annulant en 0 ;
- déterminer la primitive de g s'annulant en 1.

5. Intégrer en effectuant un changement de variables :

$$\begin{array}{ll} 1) I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx \text{ avec } u(x) = x + 1 & 2) I = \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \text{ avec } x(t) = \sin t \\ 3) I = \int_1^2 \frac{1}{2 + \sqrt{x}} dx \text{ avec } u(x) = \sqrt{x} & 4) I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln(x)} \text{ avec } u(x) = \ln(x) \\ 5) I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}} \text{ avec } u = \frac{x}{2} - 1 & 6) F(x) = \int \frac{dx}{3 + \exp(-x)} \\ 7) I = \int_0^1 \frac{2x-1}{x^2+x+1} dx & 8) I = \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin(x)} \end{array}$$

6. Soit un signal alternatif sinusoïdal d'équation $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, où A , ω et φ sont des réels. Calculer la valeur moyenne de $f(t)$ sur une période, puis celle de $f^2(t)$.