On se place dans le plan affine euclidien. On appelle diagonale d´un polygone P tout segment qui relie deux sommets non consécutifs de P. Dans la suite du texte, les polygones rencontrés sont convexes, c-à-d que leurs diagonales sont toutes «à l'intérieur» du polygone, et un triangle n´est jamais aplati.

Exercice 1 :

Deux preuves d´un résultat de quatrième :
Soient A, B et C trois points distincts. On suppose que A est sur le cercle Γ de diamètre $[BC]$ et on note O le centre de Γ.

1. Sans enrichir la figure, montrer par des considérations d´angles que $\widehat{BAC}$ est un angle droit.
2. On note B' et C' les milieux de $[AB]$ et $[AC]$. Sans aucune considération d´angles et sans point supplémentaire, retrouver le fait que ABC est rectangle en A.

Angle au centre et angle inscrit :
Soit Γ un cercle de centre 0, B et C deux point de Γ tels que B, O, C sont non alignés. Soit A un point de Γ situé dans le demi-plan ouvert limité par (BC) qui contient O. On suppose que O est à l´intérieur de ABC. En considérant le point M diamétralement opposé à A sur Γ, montrer que $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$.

Exercice 2 :

1. On sait que la somme des angles d´un triangle vaut $18O$ degrés. Que dire de la somme des angles d´un quadrilatère (convexe) ?
2. Soit $ABCD$ un parallélogramme, d_A et d_B les bissectrices des angles de sommets A et B. Que peut-on dire des droites d_A et d_B ?

Exercice 3 : Soit ABC un triangle ayant 3 angles aigus. Soit : H, K et L les pieds des hauteurs issues de A, B et C.

1. Démontrer que la droite (CL) est la bissectrice de l'angle $\widehat{HLK}$.
2. En déduire le centre du cercle inscrit au triangle HKL.