

3) Som  $[a, +\infty[$  ( $a > 0$ ) ma

$$S'(a) = \sum_{n \geq 0} (-1)^n e^{-(2n+1)x}$$

$$= e^{-2x} \underbrace{\sum_{n \geq 0} (-e^{-2x})^n}_{\text{géométrique}}$$

$$S'(x) = \frac{e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$

sur  $[a, +\infty[$  pour tout  $a > 0$   
d'arc sur  $]0, +\infty[$

4) On intègre =

$$S(x) - S(0) = \int_0^x \frac{e^{-t} \overset{u'}{\phantom{t}}}{\underbrace{1 + (e^{-t})^2}_{1 + u^2}} dt = \left[ \text{Arctan}(e^{-t}) \right]_0^x$$
$$= \text{Arctan}(e^{-x}) - \frac{\pi}{4}$$

$$S(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} + \text{Arctan}(e^{-x}) - \frac{\pi}{4}$$