

P6

(6)

$$\text{1) } S(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n e^{-(2n+1)x}}{2n+1} =$$

$$u_n(x) = \frac{(-1)^n e^{-(2n+1)x}}{2n+1}$$

Pour $x > 0$, on a, $|u_n(x)| < e^{-(2n+1)x}$

$$\sum e^{-(2n+1)x} \text{ CV (geom, } R = e^{-2x} < 1)$$

$$e^{-x} \sum (e^{-2x})^n$$

CVA + Comparaison \bullet $S(x)$ CV

Pour $x < 0$ $e^{-(2n+1)x} \rightarrow +\infty$, $2n+1 \rightarrow +\infty$

mais par CC: $|u_n^{(x)}| \rightarrow +\infty$, $u_n^{(x)} \rightarrow 0$ $\sum u_n(x)$ DV

Pour $x = 0$ $S(0) = \sum \frac{(-1)^n}{2n+1}$ CV par Leibniz

$S(x)$ CV $\Leftrightarrow x \in [0, +\infty[$

$$\underline{\mathbb{D}} = [0, +\infty[$$