

E_{λ^2}

1) Si λ est valeur propre alors $s(x) = \lambda x$ avec $x \neq 0$
d'où $s^2(x) = s(s(x)) = s(\lambda x) = \lambda s(x) = \lambda^2 x$
↑
linéaire

mais $s^2 = \text{id}$ donc $s^2(x) = x$.

$x = \lambda^2 x$ et $x \neq 0$ donc $\lambda^2 = 1$

$\lambda = +1$ ou $\lambda = -1$

2) $s(y) = s(x + s(x)) = s(x) + s^2(x) = s(x) + x = y$

idem: $s(z) = -z$.

Si $s \neq \pm \text{id}$, il existe x tq $s(x) \neq x$ (ie $s(x) - x = z \neq 0$)

$s(z) = -z$ d'où -1 est val. propre

et il existe x tq $s(x) \neq -x \Rightarrow 1$ est val. propre.

s admet exactement ± 1 comme val. propres

3) λ_1, λ_2 sont deux valeurs propres donc (cf cours)

la somme $E_{\lambda_1} + E_{\lambda_2}$ est directe.