

Calculabilité avancée

Université de Montpellier

Examen

23 juin 2021

Durée 2h

Aucun document n'est autorisé

Pas de calculatrice, téléphone portable, montre programmable,
appel à un ami, consultation de l'avis du public, *etc.*

Justifiez vos réponses avec grand soin!

Exercice 1 delta

1. Montrez que si un ensemble est Σ_2 alors il est $0'$ -énumérable (énumérable avec oracle $0'$).
2. Montrez que si un ensemble est $0'$ -énumérable alors il est Σ_2 .
3. Montrez qu'un ensemble est $0'$ -calculable si et seulement si il est Δ_2 .

Exercice 2 Kolmogorov

Soit (x_n) une suite sur l'alphabet $\{0, 1\}$. Montrez que si

$$\exists c, m \forall n > m \ K(x_0 \dots x_n | n) < c$$

alors la suite (x_n) est récursive.

Exercice 3 complexité

Montrez qu'il existe un oracle tel que pour les calculs relativisés à cet oracle on ait

$$P \neq PSPACE.$$

NB : si vous utilisez proprement un résultat du cours vous obtenez quelques points ; si vous faites une preuve directe ou prouvez le résultat du cours employé, vous obtenez plus de points.