

TD2 : triangulation, projection et géoïde  
GLBE202 Cartographie

0) correction de la fin du TD1

1) Mesure de distance par triangulation

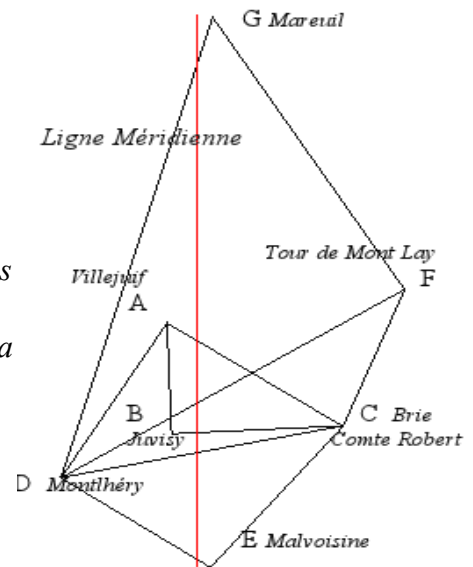
Vous avez ci-dessous, une copie extraite du rapport de Picard "Mesure de la Terre" (1671).

À partir du texte original répondre aux questions suivantes

- Vérifier le calcul de AC fait par Picard (il y a 6 pieds dans une toise)
- Effectuer le calcul de la distance GE, en sachant que la toise de Paris est égale à 1,949 m.
- Quelles erreurs physiques sont possibles ?

NB : Théorème de Al-Kashi (Pythagore généralisé) :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$



34 Mesure de la Terre,  
qui ne donnoient les minutes que de six  
en six, ils n'ont pas laissé d'approcher de  
la justesse autant qu'il étoit nécessaire,  
pour faire voir qu'on ne s'étoit pas trompé  
aux conclusions.

I. TRIANGLE ABC.  
Pour connoître le côté AC.

CAB.....54°...4'...35".  
ABC.....95.....6.....55.  
ACB.....30...48...30.  
AB.....5663...Toises de mesure actuelle.  
Donc AC.....11012...Toises 5 pieds.  
Et BC.....8954...Toises.

II. TRIANGLE ADC.  
Pour DC & AD.

DAC.....77°...25'...50".  
ADC.....55.....0...10.  
ACD.....47.....34.....0.  
AC.....11012...Toises 5 pieds.  
Donc DC.....13121...Toises 3 pieds.  
Et AD.....9922...Toises 2 pieds.

III. TRIANGLE DEC.  
Pour DE & CE.

DEC.....74°...9'...30".  
DCE.....40...34...0.  
CDE.....65...16...30.  
DC.....13121...Toises 3 pieds.  
Donc DE.....8870...Toises 3 pieds.  
Et CE.....12389...Toises 3 pieds.

par M. P Abbé Picard.

35

IV. TRIANGLE DCF.  
Pour DF.

DCF.....113°...47'...40".  
DFC.....33.....40.....0.  
FDC.....32.....32.....20.  
DC.....13121...Toises 3 pieds.  
Donc DF.....21658...Toises.

Notez que dans ce quatrième triangle, l'angle DFC a été augmenté de 10", qui manquoient à la somme des trois angles.

V. TRIANGLE DFG.  
Pour DG & FG.

DFG.....92°...5'...20".  
DGF.....57.....34.....0.  
GDF.....30...20...40.  
DF.....21658...Toises.  
Donc DG.....25643...Toises.  
Et FG.....12963...Toises 3 pieds.

Ensuite de ces cinq triangles, il a été facile de conclure la distance GE entre Malvoisine & Marcueil, sans supposer aucune nouvelle Observation.

## 2) Protocole de mesure et sensibilité aux erreurs.

On veut mesurer la largeur du Rhône. On choisit deux points (A et B) séparés de 10m sur une rive et une cible sur l'autre rive (C). Les deux angles mesurés en A et B valent  $89^\circ$  et  $85^\circ$ .

- *Faites un schéma et calculez la largeur du Rhône AC.*

Imaginons que je fasse une erreur de  $1^\circ$  sur la mesure de l'angle B.

- *Quelle erreur sur la distance AC en découle ?*

Si maintenant, je fais la même mesure avec une distance de 60m entre mes points A et B et des angles A et B de  $89^\circ$  et  $58.5^\circ$ .

- *Compléter le schéma et vérifier que la distance AC est constante au mètre près.*
- *De combien change la distance AC si je refais une erreur de  $1^\circ$  sur la mesure de l'angle B ?*

Généralisation :

- *Quelle est la conséquence d'une erreur de mesure d'angle d'un degré si la distance entre les deux points est petite par rapport à la distance à la cible ?*
- *Que va impliquer une erreur de la mesure d'une distance pour le calcul des distances suivantes ? Et comment varie l'erreur avec le nombre de triangles nécessaires pour calculer une distance ?*

## 3) Positionnement par trilatération en 2D

- *Faire un dessin dans le plan de la trilatération. Est-ce un positionnement relatif ou absolu ?*
- *Que se passe-t-il si les centres des trois cercles sont proches ? De quoi dépend l'erreur sur la position du point recherché ?*
- *Comment varie l'erreur en fonction du nombre de mesures ?*

## 4) calcul de l'aplatissement de la terre

Vous allez refaire (une partie) du calcul de l'aplatissement de la terre fait par Newton. Supposons que la terre est entièrement composée d'un fluide de densité homogène, qu'elle est ronde ( $R=6371$  km) et que la durée de rotation est égale à 24 heures. Dans ce cas, l'aplatissement de terre due à la rotation est proportionnelle (en première approximation) aux valeurs de la pesanteur au pôle et à l'équateur.

*Calculer alors l'aplatissement  $f=(a-b)/a$  avec  $a$  et  $b$  le rayon au pôle et à l'équateur.*

NB : on prend  $9,81$  m/s<sup>2</sup> comme valeur pour la gravité due à la terre ronde.