

**GLBE202 : cartographie**  
**TD1 : Rappels de calculs fondamentaux en cartographie**

**Notions de maths :**

- Angles internes/externes et droites parallèles
- Proportionnalité
- Longueur d'un arc de cercle

**Exo1. La terre ronde : mesure du rayon de la terre par Ératosthène**

Deux siècles avant J.-C., Ératosthène a remarqué que lors du solstice d'été les rayons du soleil touchaient le fond d'un puits à Syène à midi exactement. Au même moment, à Alexandrie, l'obélisque projetait une ombre. Il en déduisit le rayon de la terre avec une grande précision.

- *Représenter schématiquement l'observation d'Ératosthène. Indiquer sur le schéma les grandeurs nécessaires pour en déduire le rayon de la Terre.*
- *Quelles sont les approximations faites par Ératosthène ? Quelles sont les mesures nécessaires pour faire le calcul du rayon de la Terre et comment les réaliser à l'époque ?*
- *Calculer le rayon et la circonférence de la terre sachant que la distance Syène - Alexandrie est de 5000 « stades », que l'angle entre la verticale et les rayons du soleil est de  $7^\circ$  ?*
- *Syène et Alexandrie se situent sur un axe Nord-Sud quasiment parfaitement. Si Eratosthène avait mesuré une distance sur un axe Est-Ouest, aurait-il pu en déduire le rayon de la terre ?*
- *NB : un stade égyptien vaut 157m.*

**Exo2. Terre plate, terre sphérique et terre ellipsoïdale : Mesure de distance**

Pour organiser ma croisière en voilier, je dois calculer la distance entre Majorque et New-York. J'ai repéré sur le globe les coordonnées géographiques (WGS84) du départ et de l'arrivée :

Majorque : N  $40^\circ 42' 51.6''$  E  $2^\circ 20' 20.333''$

New-York : N  $40^\circ 42' 51.6''$  W  $74^\circ 0' 21.492''$

a) *Question préliminaire : comment calculer la longueur d'un arc de cercle dont je connais l'angle au centre ?*

N'ayant pas internet pour calculer la vraie distance, je décide de faire calculer des distances approximatives :

- La distance en ligne droite en traversant la terre (par un tunnel).
- La formule de mon grand-père :  $1^\circ = 111$  km
- La distance en suivant le même azimut plein Ouest.

b) *calculer ces trois distances et commenter les résultats. D'où provient la formule de mon grand-père ? Quand est-ce que cette formule est pertinente ?*

La distance le long d'un grand cercle est de 6211 km pour une terre sphérique avec un rayon moyen 6371km et de 6227 km pour l'ellipsoïde WGS84.

c) *Représenter toutes ces distances sur un ou deux schémas.*

**Exo3. L'aplatissement de la terre, son volume, sa densité. Introduction du prochain cours.**

Selon la définition, l'ellipsoïde WGS84 est défini par les valeurs suivantes :

Demi grand axe (WGS84)  $a = 6\,378\,137,0$  m

Aplatissement (WGS84)  $f = 1/298,257\,223\,563$

- a) représenter ces valeurs sur un schéma.
- b) calculer le rayon de la terre à l'équateur et au pôle.
- c) Question piège : quel est le rapport entre les variations du rayon terrestre et l'altitude ?
- d) En supposant que la Terre est un ellipsoïde de révolution, calculez sa masse et sa masse volumique et sa densité moyenne sachant que  $g$  à la surface vaut  $g=9.81\text{ms}^{-2}$ . Le volume d'un ellipsoïde de révolution est  $\frac{4}{3}\pi abc$  avec  $a, b, c$  les trois demi-axes. Qu'en pensez-vous ?

Cédric Champollion, 03/2013