Série Chronologique : approches déterministes

J.N. Bacro
M2 ESDB, Université Montpellier

2021/2022

Introduction - Motivations

Définition :
Une série chronologique (ou temporelle) est une suite finie de données ordonnées, indexées par le temps :

$$(y_t)_{t=1,\dots,T} \text{ ou encore } (y_1, \dots, y_T)$$

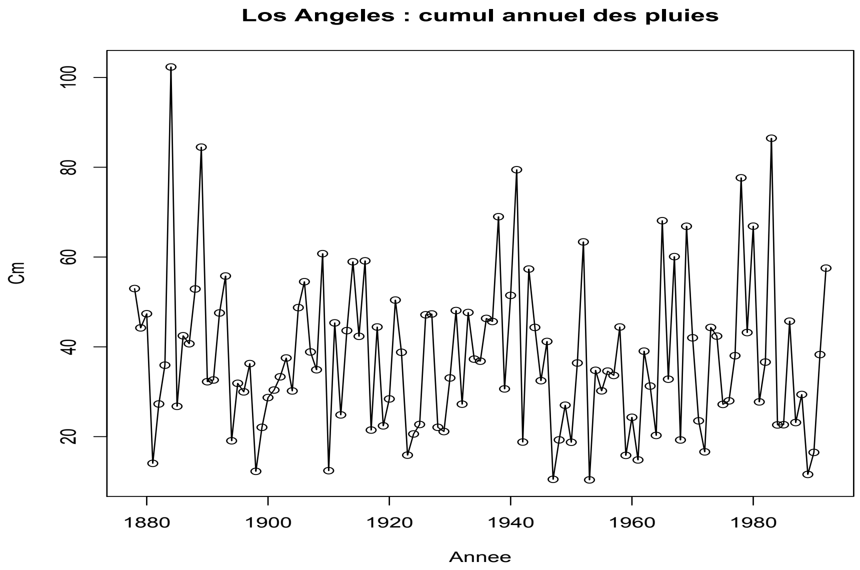
$\rightsquigarrow$ y_t : valeur observée à l'instant t.

Le plus souvent, le pas de temps est régulier : seconde, minute, heure, jour, mois, semestre, année ...

Remarque :
a priori, les observations $\mathbf{y}_t$ **ne sont pas indépendantes !**

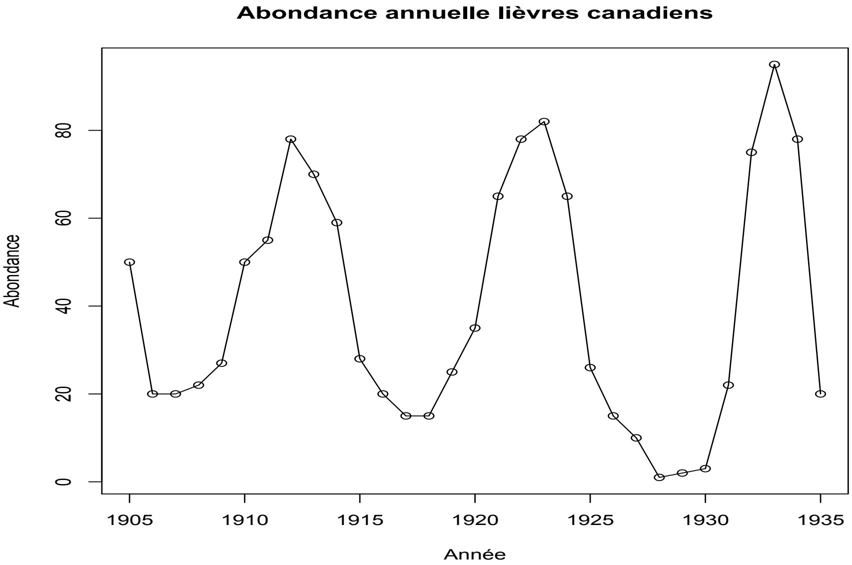
Domaines d'applications ? *tous* !

Exemples



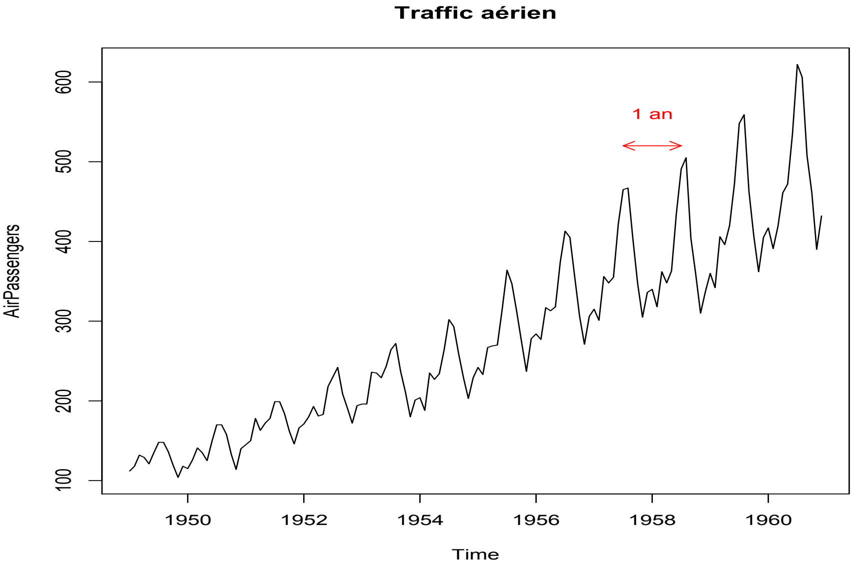
Los Angeles : cumul annuel des pluies
Cm
100
80
60
40
20
1880
1900
1920
1940
1960
1980
Annee

Exemples



Abondance annuelle lièvres canadiens
Abondance
0
20
40
60
80
1905
1910
1915
1920
1925
1930
1935
Année

Exemples



Traffic aérien
1 an
AirPassengers
Time
100
200
300
400
500
600
1950
1952
1954
1956
1958
1960

Exemples

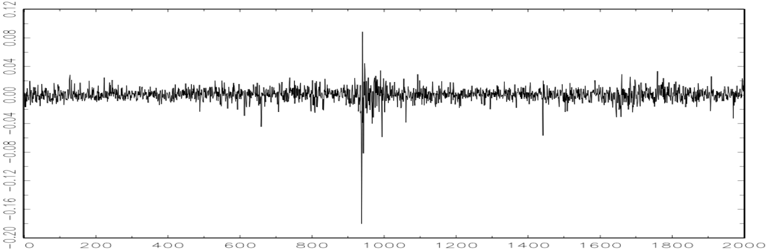


Figure 1.4 Returns of the NYSE. The data are daily value weighted market returns from February 2, 1984 to December 31, 1991 (2000 trading days). The crash of October 19, 1987 occurs at $t = 938$.

Séries temporelles : introduction - motivations

Objectifs ?

Essentiellement deux :

1. **expliquer/comprendre le mécanisme** déterministe et/ou stochastique qui conduit à la série observée ;
   - **approche descriptive** : *décrire* la série au sens de la détermination des différentes composantes qui la constituent ; *éliminer* des composantes pour mieux appréhender le comportement de la série *(série corrigée des variations saisonnières*) ;
   - **modéliser** le comportement de la série au travers d'une approche purement déterministe ou couplée à une approche stochastique.
     $\rightsquigarrow$ *mettre en évidence une modélisation aussi pertinente que possible du phénomène temporel observé* ;
2. **prédire des réalisations futures** sur la base de celles obtenues dans le passé.

Séries temporelles : introduction - motivations

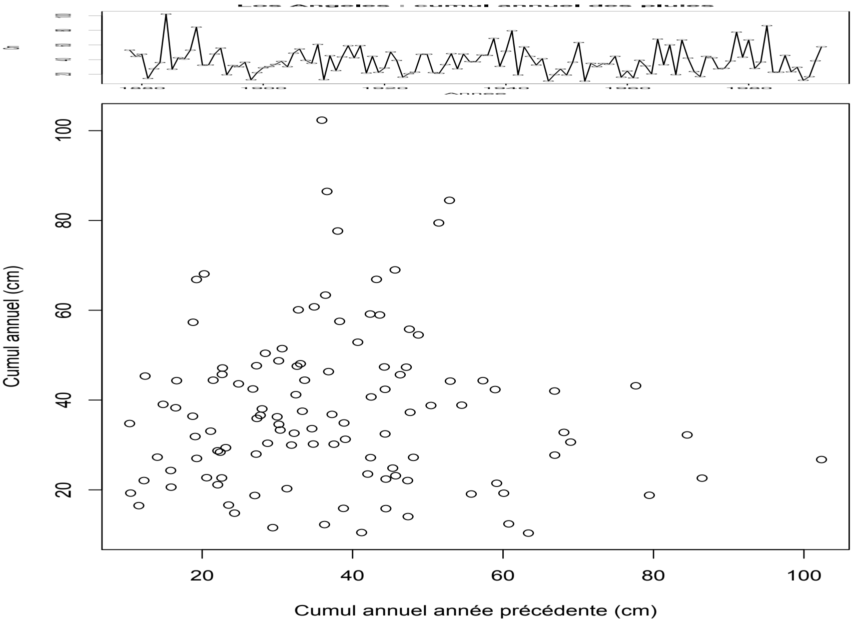
Quelques questions typiques :

- quels effets des *saisons* sur
  - le volume des ventes
  - le nombre de décès observé pour une maladie donnée
  - ...

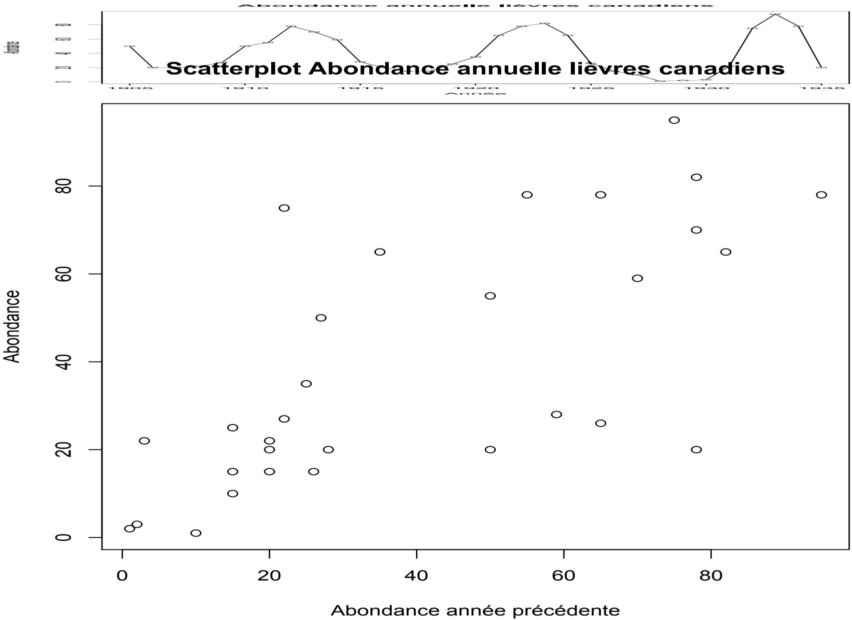
  $\hookrightarrow$ *série corrigée des variations saisonnières*
- que dire de la tendance générale de la série ? de la tendance après une date t_0 ?
- quelle prédiction pour une réalisation dans une unité de temps ? dix unités de temps ?
- ...

$\rightsquigarrow$ **caractériser une dépendance temporelle** dans les observations ...

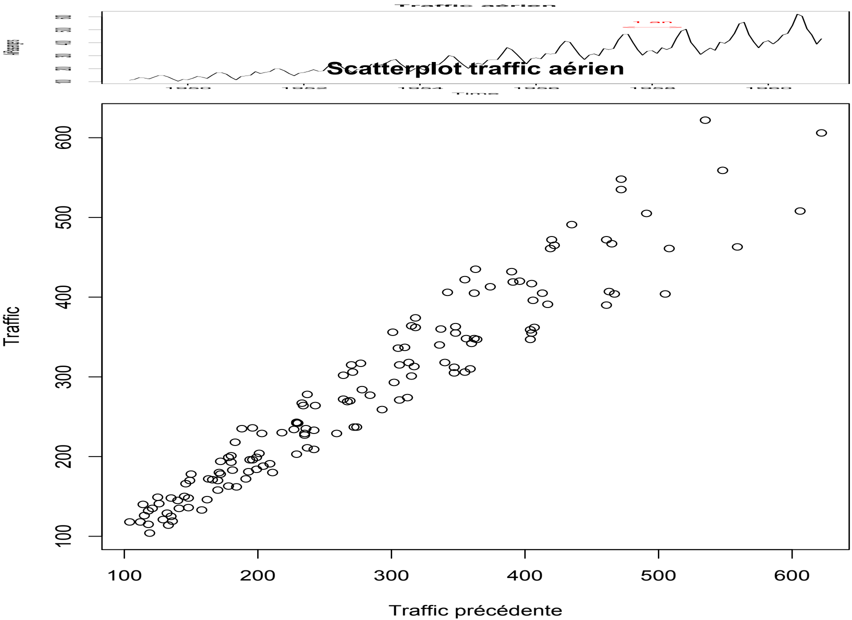
Exemple : Los-Angeles Cumul annuel des pluies



Exemple : Abondance des lièvres



Exemples



Scatterplot traffic aérien
Traffic
Traffic précédente
100
200
300
400
500
600

Décomposition d'une série temporelle

Une série temporelle peut être décomposée selon les différentes composantes :

1. **la tendance** $(f_t, 1 \leq t \leq T)$:

   $\hookrightarrow$ représente l'évolution à long terme de la grandeur étudiée, et traduit l'aspect général de la série.

2. **le cycle** (ou cycle conjoncturel) $(c_t, 1 \leq t \leq T)$:

   $\hookrightarrow$ regroupe les variations autour de la tendance avec des alternances de phases d'expansion et de récession. Ces phases durent généralement plusieurs années, mais n'ont pas de durée fixe.

3. **les variations saisonnières** $(s_t, 1 \leq t \leq T)$
   $\hookrightarrow$ sont liées au rythme imposé par les saisons météorologiques (production agricole, consommation de gaz, ...), les activités économiques et sociales (fêtes, vacances, soldes, etc) ;
   Rmq : nature périodique, c'est-à-dire qu'il existe un entier p, appelé **période**, tel que

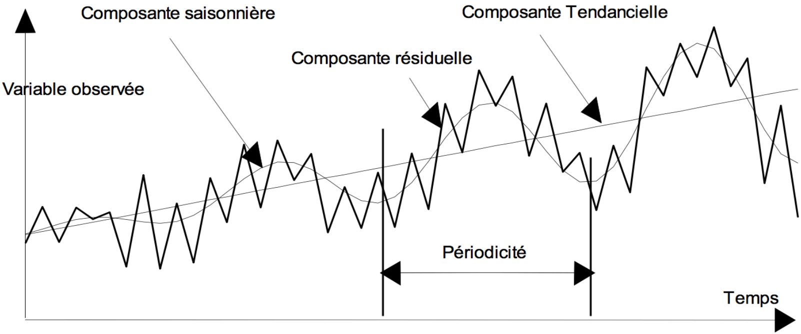
   $$s_i \;=\; s_{i+p}, \quad \text{pour tout } i \geq 1.$$

   Cette composante est donc entièrement déterminée par ses p premières valeurs $s_1, s_2, \ldots, s_p$.
4. **les fluctuations irrégulières** $(e_t, 1 \leq t \leq T)$
   $\hookrightarrow$ ont souvent un effet de faible intensité et de courte durée et sont de nature aléatoire, ce qui signifie que dans un cadre purement descriptif, elles ne sont pas expliquées.
5. **les variations accidentelles**
   $\hookrightarrow$ ce sont des valeurs isolées anormalement élevées ou faibles, le plus souvent explicables (Mai 68, réunification de l'Allemagne, tempête, ...).

Décomposition d'une série : en pratique ?

Le plus souvent uniquement 3 composantes :

- la tendance (*trend*) ;
- la saisonnalité (intégrant une période, éventuellement un cycle) ;
- les fluctuations irrégulières (*résidus*) intégrant des évènements exceptionnels éventuels.



Modèles pour la décomposition d'une série temporelle

La forme générale d'un modèle est la suivante :

$$y_t = \phi(t, y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_1) + \varepsilon_t$$

où $\phi(\cdot)$ désigne une **fonction déterministe** et ε un **résidu aléatoire**.

Approche classique :
la **partie déterministe est constituée d'une tendance** f_t **et de composantes saisonnières périodiques** s_t.

Modèles pour la décomposition d'une série temporelle

Deux approches possibles :

- **modèle additif** :
  somme parties déterministe et aléatoire

  $$\boxed{y_t = f_t + s_t + \varepsilon_t}$$

  les composantes tendantielle et résiduelle sont indépendantes des variations saisonnières ;
- **modèle multiplicatif** :
  l'amplitude de la série croît en fonction du temps
  $\rightsquigarrow$ *interaction entre la composante tendantielle et les composantes saisonnière et/ou aléatoire*

  $$\boxed{y_t = f_t(1 + s_t) + \varepsilon_t} \text{ ou } \boxed{y_t = f_t(1 + s_t)(1 + \varepsilon_t)}$$

Dans tous les cas on suppose : $\sum_j s_j = 0$ et $\sum_t \varepsilon_t = 0$.

Décomposition déterministe d'une série temporelle : estimer la composante tendantielle f_t

Principales approches considérées (détaillées dans la suite !) :

- régression linéaire
- moyenne mobile
- lissage exponentiel
- ...

Remarque :
si l'on veut faire des prédictions, il faut que la méthode utilisée permette de prédire les valeurs de tendance associées ...

Décomposition déterministe d'une série temporelle : estimer la composante saisonnière s_t

Idée générale : connaissant la tendance f_t, on néglige la composante irrégulière ...

Modèle additif :

- pour toute saison A_j, $j = 1, \dots, p$ on calcule les différences entre l'observation y_t et la tendance f_t ;
- pour la saison donnée A_j, on calcule la moyenne des différences associées (n_j mesures pendant A_j) :

$$S'_j = \frac{1}{n_j} \sum_{t \in A_j} (y_t - f_t),$$

- on calcule la moyenne des coefficients saisonniers : $\bar{S}' = \frac{1}{p} \sum_p S'_j$;
- coefficients saisonniers :

$$s_j = S'_j - \bar{S}'$$

pour respecter l'hypothèse de modélisation.

Décomposition déterministe d'une série temporelle : estimer la composante saisonnière s_t

Modèle multiplicatif : $y_t = f_t(1 + s_t) + \varepsilon_t$

- on pose $S_j = 1 + s_j$ pour toute saison A_j ;
- pour les t de la saison A_j, on calcule $r_t = \frac{y_t}{f_t}$;
- pour toute saison A_j fixée, on calcule $S'_j = \frac{1}{n_j} \sum_{t \in A_j} r_t$;
- on calcule $\bar{S}' = \frac{1}{p} \sum_j S'_j$;
- coefficients saisonniers :

$$S_j = \frac{S'_j}{\bar{S}'}$$

On a alors : $\sum_{j=1}^{p} S_j = p$, ce qui correspond bien à $\sum_{j=1}^{p} S_j = \sum_{j=1}^{p} (1 + s_j) = p + 0 = p$.

Décomposition déterministe d'une série temporelle : estimer la composante irrégulière ε_t

Déduit de la série d'observation en tenant compte des composantes tendantielle et saisonnière :

Modèle additif :
pour tout $t \in A_j$, $j = 1, \ldots, p$,

$$\varepsilon_t = y_t - (f_t + s_j)$$

Modèle multiplicatif :
pour tout $t \in A_j$, $j = 1, \ldots, p$,

$$\varepsilon_t = y_t - f_t(1 + s_j)$$

La série aléatoire $(\varepsilon_t)_{t=1,\ldots,T}$ *pourra ensuite être modélisée à l'aide de modèles stochastiques ...*

Série corrigée des variations saisonnières : une approche empirique

Une méthode simple pour obtenir une version approchée de la série corrigée des variations saisonnières est obtenue en supprimant la composante saisonnière de la série.

Modèle additif :
pour tout $t \in A_j$,

$$y_t^{CVS} = y_t - s_j = f_t + \varepsilon_t$$

Modèle multiplicatif :
pour tout $t \in A_j$,

$$y_t^{CVS} = \frac{y_t}{S_j} = f_t(1 + \varepsilon_t)$$

Série lissée des prédictions

Définition
On appelle série lissée des prédictions la série des prédictions $\widehat{y_t}$ obtenue en négligeant la composante résiduelle de la série de départ.

Pour un modèle additif : $\widehat{y_t} = f_t + s_t$.

Pour un modèle multiplicatif : $\widehat{y_t} = f_t(1 + s_t)$.

Remarque :
La série lissée est utilisée pour prédire des réalisations de la série : si l'on reste dans la gamme de temps correspondant aux observations, on obtient une prédiction hors fluctuations ; si l'on peut extrapoler la tendance, on peut prédire pour des temps futurs.

Lissage de la série

Objectifs :

1. en descriptif : "lisser" les aléas et fluctuations afin d'**extraire la tendance** de la série ;
2. en prédictif : ajuster une fonction du temps à des données et **extrapoler** $\rightsquigarrow$ *Prévision !*

   question : donner plus de poids aux observations les plus récentes ?

Méthodes ?

Peuvent se distinguer selon l'objectif cherché (décrire /modéliser)

- Moyenne mobile ;
- Régression linéaire ou non linéaire ;
- Lissage exponentiel simple ;
- Lissage exponentiel selon la méthode de Holt-Winters ;
- ...

Lissage : l'approche par moyenne mobile

Permet de faire ressortir la composante tendantielle de la série :

Moyenne mobile d'ordre k :

- k impair, $k = 2m+1$:

$$MM(k)_{t_i} \equiv z_{t_i} = \frac{\overbrace{y_{t_i-m} + \ldots + y_{t_i-1}}^{m\ termes} + y_{t_i} + \overbrace{y_{t_i+1} \ldots + y_{t_i+m}}^{m\ termes}}{2m+1}$$

  avec $m = \frac{k-1}{2}$.

- k pair, $k = 2m$:

  $MM(k)_t \equiv z_{\frac{t_i+t_{i+1}}{2}} =$

$$\frac{\overbrace{y_{t_i-m+1} + \ldots + y_{t_i-1}}^{m-1\ termes} + y_{t_i} + \overbrace{y_{t_{i+1}} + \ldots + y_{t_{i+1}+m-1}}^{m\ termes}}{2m}$$

  avec $m = \frac{k}{2}$.

Lissage : l'approche par moyenne mobile

Le tableau suivant présente les moyennes mobiles d'ordre 2, 3 et 4 d'une même série.

date t_i	date $\frac{t_i+t_{i+1}}{2}$	observ. y_i	$MM(2)$	$MM(3)$	$MM(4)$
01-01		5			
	15-01		$\frac{5+4}{2}=4.5$		
01-02		4		$\frac{5+4+6}{3}=5$	
	15-02		$\frac{4+6}{2}=5$		$\frac{5+4+6+8}{4}=5.75$
01-03		6		$\frac{4+6+8}{3}=6$	
	15-03		$\frac{6+8}{2}=7$		$\frac{4+6+8+7}{4}=6.25$
01-04		8		$\frac{6+8+7}{3}=7$	
	15-04		$\frac{8+7}{2}=7.5$		$\frac{6+8+7+9}{4}=7.50$
01-05		7		$\frac{8+7+9}{3}=8$	
	15-05		$\frac{7+9}{2}=8$		$\frac{8+7+9+8}{4}=8.00$
01-06		9		$\frac{7+9+8}{3}=8$	
	15-06		$\frac{9+8}{2}=8.5$		
01-07		8			

Lissage : l'approche par moyenne mobile

Pour se ramener aux temps d'observation t_i dans le cas d'une moyenne mobile d'ordre pair $k = 2m$, on introduit la notion de *moyenne mobile centrée*

$$MMC(k)_{t_j} = \frac{MM(k)_{\frac{t_{j-1}+t_j}{2}} + MM(k)_{\frac{t_j+t_{j+1}}{2}}}{2}$$

c'est-à-dire

$$MMC(k)_{t_j} = \frac{\frac{1}{2}y_{t_j-m} + y_{t_j-m+1} + \ldots + y_{t_j} + \ldots + y_{t_j+m-1} + \frac{1}{2}y_{t_j+m}}{2m}$$

$\rightsquigarrow$ MMC(4) du tableau précédent ?

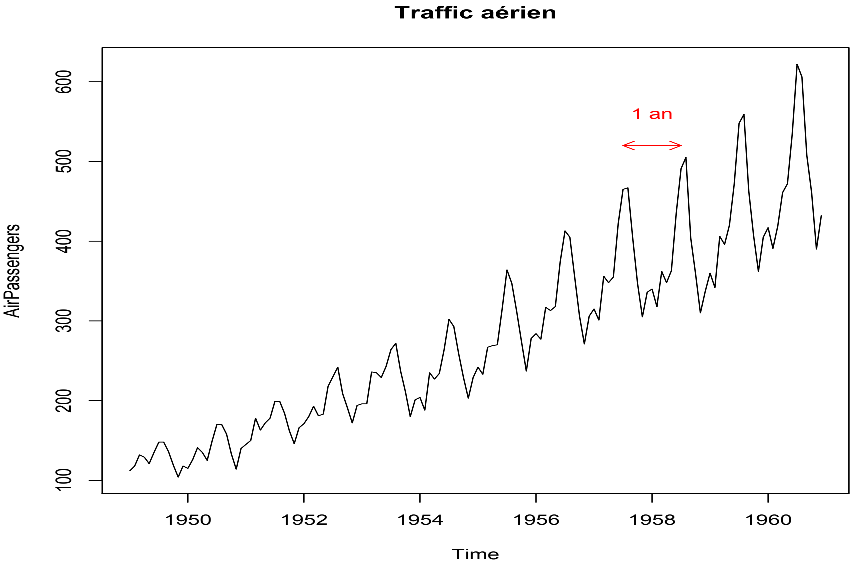
Décomposition : un exemple avec R

Retour sur la série des passagers avion :
1) Représentation sans utiliser la spécificité *série chronologique* :

```
#On etudie les variations mensuelles du nombre
#de passagers  d'une compagnie aerienne.
# On s'apercoit qu'il y a des pics annuels
#####################

data(AirPassengers)
plot(AirPassengers, main = "Traffic a\'erien")
arrows(x0 = 1957.5, y0 = 520, x1 = 1958.5, y1 = 520,
col = 2,code = 3, length = 0.1)
 text(x = 1958, y = 560, "1 an", col = 2)
```

Décomposition d'une série : un exemple avec R



Décomposition : un exemple avec R

Spécificité *série chronologique* ? . . . un exemple :

```
# mise en serie chro
###############
data2=ts(c(12,31,22,24,30),start=c(2006,2), frequency=4)
```

donne

```
> data2=ts(c(12,31,22,24,30),start=c(2006,2), frequency=4)
> data2
     Qtr1 Qtr2 Qtr3 Qtr4
2006        12   31   22
2007   24   30
```

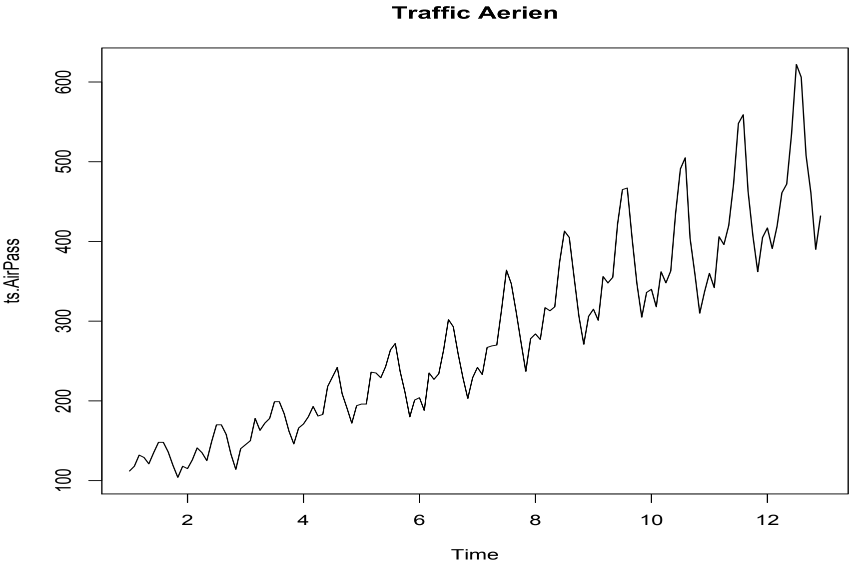
Décomposition : un exemple avec R

Représentation de la série des passagers en utilisant la spécificité *série chronologique* :

```
# mise en serie chro
##############

 ts.AirPass=ts(AirPassengers,start=1,frequency=12)
 plot(ts.AirPass, main="Traffic Aerien")
```

Décomposition : un exemple avec R



Moyenne mobile : quelle(s) fonction(s) R

Fonction : *filter()* (pour filtrage linéaire)

```
filter(x, filter, method = c("convolution", "recursive")
#applique un filtre lin\'eaire \`a une s\'erie
#temporelle, avec convolution : moyenne mobile,
#recursive : autoregression
#pour une moyenne mobile sur trois p\'eriodes:
#filter(x, c(1/3, 1/3, 1/3))
filter(AirPassengers,c(1/3, 1/3, 1/3))
filter(AirPassengers,c(1, 1/2, 1/2,1))
```

Remarque : fonction *SMA()* pour moyenne uniquement sur n valeurs du passé.

```
library(TTR)
SMA(AirPassengers)
SMA(AirPassengers,n=12)
```

Moyenne mobile : quelques propriétés

1. filtrage : neutralise certaines composantes et laisse invariante d'autres !

   • une moyenne mobile de longueur $2m+1$ est d'expression générale

   $$\alpha_{t_i-m}y_{t_i-m}+\ldots+\alpha_{t_i-1}y_{t_i-1}+\alpha_{t_i}y_{t_i}+\alpha_{t_i+1}y_{t_i+1}+\ldots+\alpha_{t_i+m}y_{t_i+m}$$

   Elle est dites *symétrique* si ses coefficients vérifient $\alpha_{t_i+j}=\alpha_{t_i-j}$, $\forall 0\leq j\leq m$.

   Si $\alpha_i=\frac{1}{2m}$, $\forall i$, la moyenne mobile est *arithmétique*.

   Notation générale : $M[2m+1;\alpha_m,\alpha_{m-1},\ldots,\alpha_0]$

   • $M[2m+1,1,1,\ldots,1]$ annule les séries périodiques de période $2m+1$;

   Rmq : le choix de coefficients tous égaux à 1 ou $\frac{1}{2m}$ ou autres n'influent alors que sur la tendance.

Moyenne mobile : quelques propriétés

pour annuler une périodicité paire $2m$, on utilise
$M[2m+1; \frac{1}{4m}, \frac{1}{2m}, \ldots, \frac{1}{2m}]$

$\rightsquigarrow$ série annuelle : $M[13; \frac{1}{2}, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ pour filtrer la saisonnalité mensuelle de période 12.

$\frac{1}{24}(f_1 + s_1) + \frac{1}{12}(f_2 + s_2) + \ldots + \frac{1}{12}(f_{12} + s_{12}) + \frac{1}{24}(f_{13} + s_1)$

2. Moyenne mobile symétrique laisse invariante toute composante tendantielle de type $at + b$.
3. lisse la composante résiduelle.
4. *Attention :* Effet de *Slutsky-Yule*
   effet de corrélation induit par la transformation moyenne mobile qui pourrait faire croire à une périodicité qui n'existe pas dans la série de départ.

Lissage : moyenne mobile

Effet du coefficient de lissage k ?

k petit : lissage faible ; k grand : lissage fort

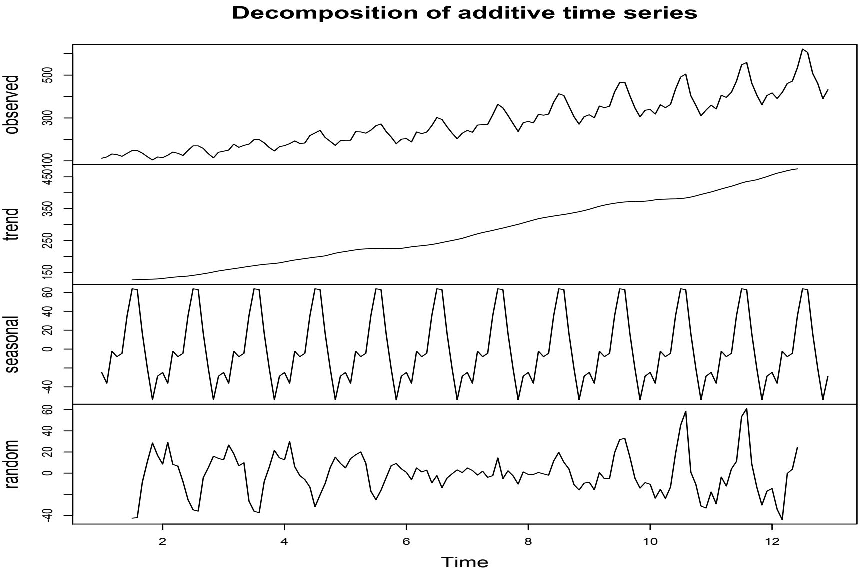
Choix de k ?
en fonction de la saisonnalité ou en minimisant les erreurs de prédiction.

Décomposition d'une série selon utilisant un filtrage linéaire : un exemple avec R

On peut récupérer directement les 3 composantes de la série via la fonction *decompose()* ; les séries correspondantes sont obtenues via les $ trend, seasonnal ou random.

```
AirPassager.dec=decompose(ts.AirPass)
 plot(AirPassager.dec)
```

Décomposition d'une série selon utilisant un filtrage linéaire : un exemple avec R



Décomposition selon les 3 composantes : un exemple avec R

```
decompose(x, type = c("additive", "multiplicative"),
 filter = NULL)

 Arguments
x A time series.

type The type of seasonal component.
Can be abbreviated.

filter
A vector of filter coefficients in reverse time order
(as for AR or MA coefficients), used for filtering
out the seasonal component.
If NULL, a moving average with
symmetric window is performed.
```

Lissage : l'approche régression

On fait l'hypothèse que la tendance peut être représentée par une courbe dont l'allure générale selon le temps sera définie a priori ...
Fonctions classiques :

- régression linéaire simple ou polynomiale ;
- dépendance exponentielle du type $y_t = \alpha e^{\beta t}$ ou $y_t = \alpha \beta^t$;
- $y_t = \frac{a}{1+be^{-ct}}$ (logistique) ;
- $y = ab^{k^t}$ (Gompertz).

Les paramètres des modèles sont estimés par moindres carrés (après éventuelle linéarisation).

Lissage : le lissage exponentiel simple

Définition

Idée : donner plus de poids aux réalisations récentes qu'anciennes.

$$\widehat{Y_{t+1}} = \lambda \sum_{j=0}^{t} (1-\lambda)^j y_{t-j}$$

λ *: constante de lissage ;*

plus λ *proche de 1, plus décroissance rapide.*

Equation de récurrence :

$$\widehat{y_{t+1}} = \lambda y_t + (1-\lambda)\widehat{y_t} = \widehat{y_t} + \lambda(y_t - \widehat{y_t}) \qquad 0 < \lambda \leq 1$$

avec $\widehat{y_1} = y_1$

Lissage exponentiel simple

Remarques :

- λ proche de 1 : on privilégie la dernière observation ;
- λ proche de 0 : les observations lointaines ont plus d'influence ;
- choix du λ : empirique, ou en minimisant un critère d'erreur.

$$RMSE = \sqrt{\sum_{t=1}^{N} (\widehat{y_t} - y_t)^2}$$

- La prédiction est constante après la dernière observation

Note :
il existe un lissage exponentiel "double" permettant d'intégrer une composante tendantielle linéaire.

Lissage exponentiel : méthode de Holt-Winters

Généralisation du lissage exponentiel simple basée sur 3 équations récursives permettant de prendre en compte (éventuellement)

- une tendance linéaire
- une saisonnalité additive (coeffs a_t et b_t changent selon saison ; il existe une approche cadre multiplicatif)

Modèle (forme général) :

$$y_{t+k} = a_t + b_t k + s_{t+k} + E_{t+k}$$

Estimations : (choix de λ, β, γ dans $[0, 1]$)

- niveau: $\widehat{a_t} = \lambda y_t + (1 - \lambda)\widehat{y_t}$
- pente: $\widehat{b_t} = \beta(\widehat{a_t} - \widehat{a_{t-1}}) + (1 - \beta)\widehat{b_{t-1}}$
- saisonnalité: $\widehat{s_{t+1}} = \gamma(y_t - \widehat{a_t}) + (1 - \gamma)\widehat{s_{t-p}}$

Prévision :

$$\widehat{y_{t+k}} = \widehat{a_t} + \widehat{b_t} k + \widehat{s_{t+k}}$$

Méthode de Holt-Winters : exemple

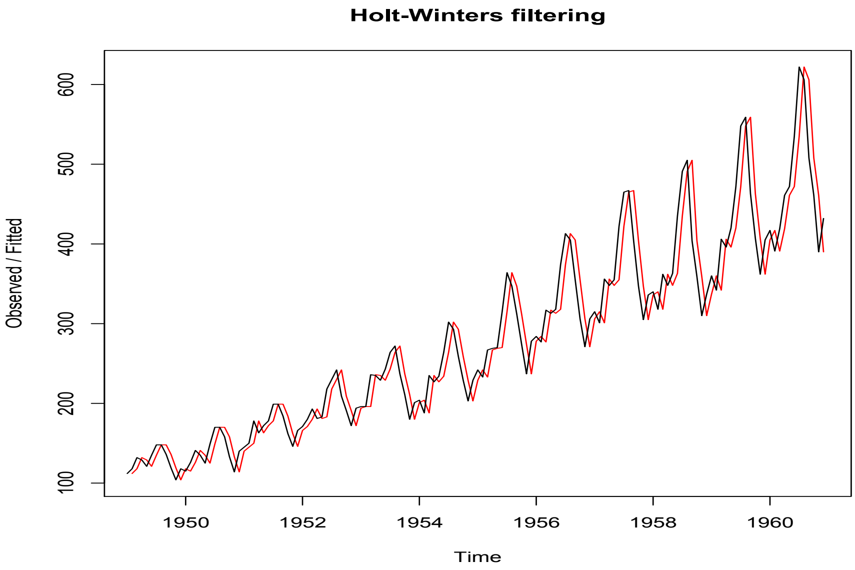
```
AirPassengersforecasts<-HoltWinters(AirPassengers,
beta=FALSE, gamma=FALSE)# pour lissage expo simple
> AirPassengersforecasts
Holt-Winters exponential smoothing without
trend and without seasonal component.

Call: HoltWinters(x = AirPassengers,
+ beta = FALSE, gamma = FALSE)

Smoothing parameters:
 alpha: 0.9999339
 beta : FALSE
 gamma: FALSE

Coefficients:
      [,1]
a 431.9972
```

Prévision



Holt-Winters filtering
Observed / Fitted
100
200
300
400
500
600
1950
1952
1954
1956
1958
1960
Time

Un exemple

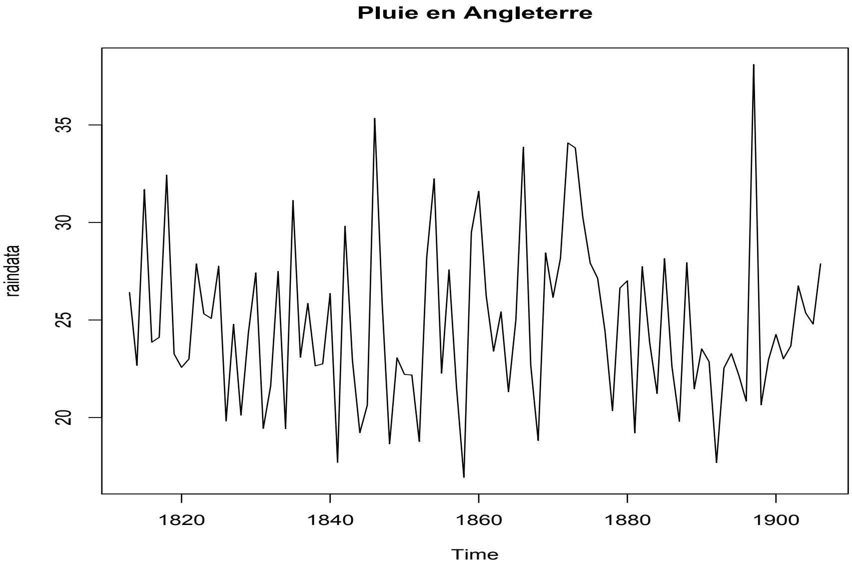
Total annual rainfall, inches, London, England, 1813-1912

23.56	26.07	21.86	31.24	23.65	23.88
26.41	22.67	31.69	23.86	24.11	32.43
23.26	22.57	23.00	27.88	25.32	25.08
27.76	19.82	24.78	20.12	24.34	27.42
19.44	21.63	27.49	19.43	31.13	23.09
25.85	22.65	22.75	26.36	17.70	29.81
22.93	19.22	20.63	35.34	25.89	18.65
23.06	22.21	22.18	18.77	28.21	32.24
22.27	27.57	21.59	16.93	29.48	31.60
26.25	23.40	25.42	21.32	25.02	33.86
22.67	18.82	28.44	26.16	28.17	34.08
33.82	30.28	27.92	27.14	24.40	20.35
26.64	27.01	19.21	27.74	23.85	21.23
28.15	22.61	19.80	27.94	21.47	23.52
22.86	17.69	22.54	23.28	22.17	20.84
38.10	20.65	22.97	24.26	23.01	23.67
26.75	25.36	24.79	27.88		

Un exemple

```
> rain<-scan("Data-Pluie-Englang.txt",skip=1)
> raindata=ts(rain,start=c(1813))
> raindata
> plot.ts(raindata)
```

Prévision


Pluie en Angleterre
raindata
35
30
25
20
1820
1840
1860
1880
1900
Time

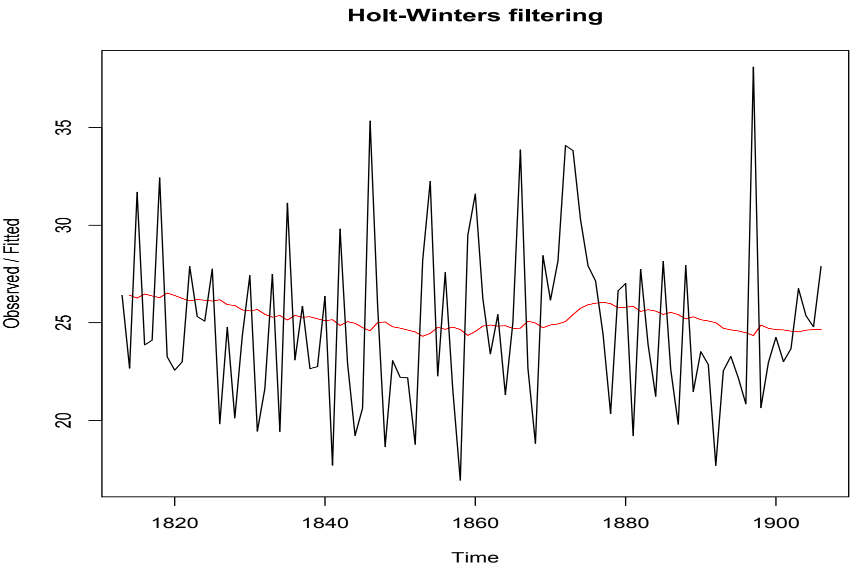
```
> rainforecasts=HoltWinters(raindata, beta=FALSE,
gamma=FALSE)
> rainforecasts
Holt-Winters exponential smoothing without trend and
 without seasonal component.

Call: HoltWinters(x = raindata, beta = FALSE, gamma = FALSE

Smoothing parameters:
 alpha: 0.03909939
 beta : FALSE
 gamma: FALSE

Coefficients:
      [,1]
a 24.78146
```

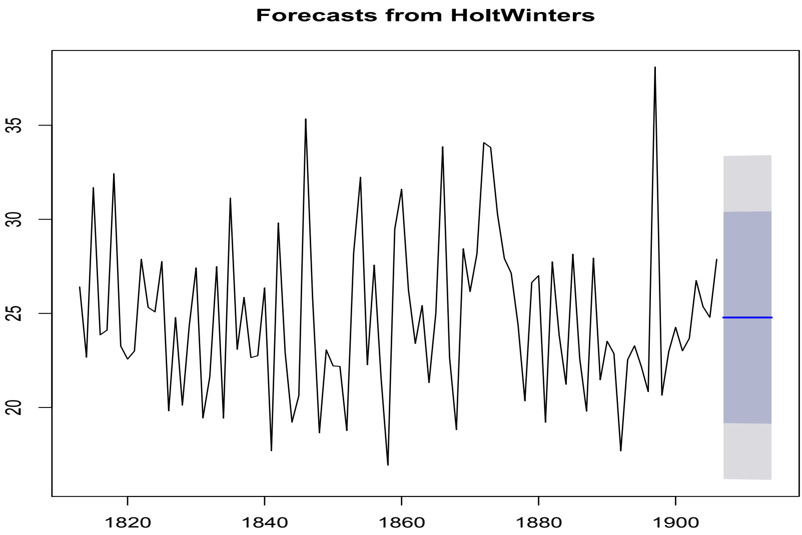
Prévision


Holt-Winters filtering
Observed / Fitted
20
25
30
35
1820
1840
1860
1880
1900
Time

```
library(forecast)
# predicition a horizon 8, avec IC a 80 et 95%
pred=forecast.HoltWinters(rainforecasts,h=8)
  Point Forecast    Lo 80    Hi 80    Lo 95    Hi 95
1907       24.78146 19.16634 30.39658 16.19387 33.36904
1908       24.78146 19.16205 30.40087 16.18731 33.37560
1909       24.78146 19.15776 30.40515 16.18076 33.38216
1910       24.78146 19.15348 30.40944 16.17420 33.38871
1911       24.78146 19.14920 30.41372 16.16766 33.39526
1912       24.78146 19.14492 30.41800 16.16112 33.40180
1913       24.78146 19.14065 30.42227 16.15458 33.40834
1914       24.78146 19.13637 30.42654 16.14805 33.41487

plot.forecast(pred) # ou plot(pred)
```

Prévision



Forecasts from HoltWinters
35
30
25
20
1820
1840
1860
1880
1900

Fonction HoltWinters() pour lissage série chronologique

```
 # lissage exponentiel simple :
ylisse <- HoltWinters(y,alpha=,beta=FALSE,gamma=FALSE)

# un lissage exponentiel double param\‘etre alpha’
ylisse <- HoltWinters(y,alpha=alpha,beta=beta,gamma=FALSE)
# avec alpha=&1-(alpha’)^2, beta=(1-\alpha’)/(1-alpha)

#un lissage de Holt-Winters sans composante saisonni\‘ere
ylisse <- HoltWinters(y,alpha=alpha,beta=beta,
gamma=FALSE)

#un lissage Holt-Winters additif ou multiplicatif :
ylisse <- HoltWinters(y,alpha=alpha,beta=beta,
gamma=gamma,seasonal="add")

ylisse <- HoltWinters(y,alpha=alpha,beta=beta,gamma=gamma,
seasonal="mul")
```

Fonction predit pour la prediction en série chronologique

```
For time-series prediction :
predict.ar, predict.Arima, predict.arima0,
predict.HoltWinters, predict.StructTS.
```

Par exemple :

```
rainlisse <- HoltWinters(rain,alpha=,beta=FALSE,
gamma=FALSE)
plot(rainlisse)
p= predict(rainlisse,n.ahead=8)
plot(rainlisse,p)
```

Exemple -TP

Etudier la série 1293 1209 1205 1273 1220 1290 1243 1203 1390 1360 1353 1343 1364 1330 1377 1332, qui représente des valeurs de CA de Janvier 1988 à Avril 1989.

On utilisera les approches précédemment vues . . .

le saut de septembre 88 est-il bien pris en compte selon les méthodes utilisées ?