Université de Montpellier
- Faculé des Sciences -
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2021-2022
Licence - OM2

OM2 : Feuille 6 de TD

Michele Bolognesi ([1])

Exercice 1. Déterminer si les formes différentielles suivantes sont exactes et dans ce cas, les intégrer :

1. $\omega_1 = 2xydx + x2dy$;
2. $\omega_2 = xydx - zdy + xzdz$;
3. $\omega_3 = 2xe^{x^2-y}dx - 2e^{x^2-y}dy$.

Exercice 2. Déterminer une fonction $g(x, y)$ telle que la forme différentielle

$$\omega = \frac{x}{1 + x^2 + y^2}dx + g(x, y)dy$$

soit férmée et exacte.

Exercice 3. Soit $E = \mathbb{R}^n$. Un champ de vecteurs de classe C^k est une application F de classe C^k de E dans E :

$$F : (x_1, \dots, x_n) \mapsto (F_1(x_1, \dots, x_n); \dots; F_n(x_1, \dots, x_n)).$$

Un champ de vecteurs F est appelé champ de gradient quand il existe une fonction $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ telle que, en tout point, F est le gradient de f, i.e.

$$F : (x_1, \dots, x_n) \mapsto (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}).$$

On considère le champ vectoriel $V(x, y) = (1 + 2xy, x^3 - 3)$. Ce champ est-il un champ de gradient ?

Exercice 4. On appelle souvent f le potentiel du champ de vecteurs. Quel est le champ vectoriel qui dérive du potentiel $U(x, y, z) = 1 + x + xy + xyz$?

Exercice 5. Soit ω la forme différentielle

$$\omega = ln(y)dx + \frac{x}{y}dy.$$

Déterminer le domaine de définition de ω et si elle est exacte sur ce domaine.

Exercice 6. Considérons

$$\omega = \frac{2xy^2}{1 + x^2y^2}dx + \frac{2x^2y}{1 + x^2y^2}dy.$$

La forme ω est-elle exacte ? Si oui déterminer une primitive.

1. Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5. Mail : `michele.bolognesi@umontpellier.fr`