Outils Mathématiques 2 - Feuille TD 3

Dérivées partielles et directionnelles

Exercice 1

Déterminer, pour chacune des fonctions suivantes, le domaine de définition D_f. Pour chacune des fonctions, calculer ensuite les dérivées partielles en chaque point du domaine de définition lorsqu'elles existent :

1. $f(x,y) = x^2 \exp(xy)$,
2. $f(x,y) = \ln(x + \sqrt{x^2+y^2})$,
3. $f(x,y) = \sin^2 x + \cos^2 y$,
4. $f(x,y,z) = x^2y^2\sqrt{z}$.

Indication ▼ Correction ▼ [002622]

Exercice 2

Soit f la fonction sur $\mathbb{R}^2$ définie par $f(x,y) = x\cos y + y\exp x$.

Calculer ses dérivées partielles.

Indication ▼ Correction ▼ [002623]

Exercice 3

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable. Calculer les dérivées partielles de :

$$g(x,y) = f(x+y), \qquad h(x,y) = f(x^2+y^2), \qquad k(x,y) = f(xy)$$

Indication ▼ Correction ▼ [001801]

Exercice 4

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, définie par

$$\begin{array}{lll} f(x,y) = x & \text{si} & |x| > |y| \\ f(x,y) = y & \text{si} & |x| < |y| \\ f(x,y) = 0 & \text{si} & |x| = |y|. \end{array}$$

Étudier la continuité de f, l'existence des dérivées partielles et leur continuité.

Indication ▼ Correction ▼ [001803]

Exercice 5

Soit la fonction $f \colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\begin{array}{l} f(x,y) = xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \quad \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0), \\ f(0,0) = 0 \end{array}$$

Étudier la continuité de f. Montrer que f est de classe C^1.

Indication ▼ Correction ▼ [001800]