

Mathématiques pour l'EEA, Session 1 - 15/01/2024 - Durée : 2h

Numéro d'anonymat :

--

- Calculatrices, téléphones et tout appareil connecté non autorisés. Barème indicatif
- Toutes les réponses doivent être justifiées et les résultats soulignés.

Répondez uniquement dans les cases de cet énoncé. Si vous manquez de place, continuez au verso.
--

Exercice 1. (1-1 pts) Calculer $l_1 = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos^2(x)}{1 - \sin(x)}$ et $l_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1}$ avec la méthode de votre choix.

--

Exercice 2. (0,5-1,5-1 pts) Déterminer en justifiant les développements limités suivants :

1) $DL_2(0)$ de $f(x) = (1 + x^2)^{1/3}$

2) $DL_2(0)$ de $f(x) = (3 + e^x)^{-1}$

3) $DL_2(4)$ de $f(x) = \ln(5 + x)$

Exercice 3. (3 pts) Calculer l'intégrale : $I = \int_0^6 \frac{3x + 6}{x^2 + 36} dx$

Exercice 4. (2 pts) Calculer la primitive $F(x) = \int x^3 \arctan x \, dx$

Exercice 5. (1,5 pts)

Calculer $I = \iint_{D(O,R)} \frac{dxdy}{x^2 + y^2 + R^2}$, où $D(O, R)$ est le disque de centre O et de rayon R .

Exercice 6. (2 pts)

Résoudre l'équation différentielle : $y'(x) + 3y(x) = e^{-3x} \cos x$, avec $y(0) = 1$.

Exercice 7. (1-1,5 pts)

Résoudre les équations différentielles :

(1) : $y' - y^2 \cos x = \cos x$, avec $y(0) = 1$; puis (2) : $y'' - 2y' + y = x$

Exercice 8. (0,5-2-1,5 pts) Soit la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

- 1) Calculer $\det(\mathbf{A})$.
- 2) Déterminer $\mathbf{A}^{-1}$ par la méthode de votre choix.
- 3) Montrer que $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A} + 2\mathbf{I}$ et **en déduire** l'expression de $\mathbf{A}^{-1}$ (trouvée en 2)).

