
TD 1 : Arithmétique entière

Exercice 1.*Correction de l'algorithme de multiplication par un chiffre*

Soit un nombre $M = \overline{m_{m-1} \cdots m_0}^\beta$ de m chiffres, un chiffre n et une base β .

1. Montrer la correction de l'algorithme de multiplication par un chiffre.

Indication. Utiliser l'invariant $\overline{m_i \cdots m_0}^\beta \times n = \overline{r s_i \cdots s_0}^\beta$.

Exercice 2.*Algorithme de soustraction*

Écrire un algorithme de soustraction de $M = \overline{m_{k-1} \cdots m_0}^\beta$ par $N = \overline{n_{k-1} \cdots n_0}^\beta$ en supposant que $M \geq N$. Donnez sa complexité et prouvez sa correction.

Indication. Adapter l'algorithme d'addition en utilisant des emprunts $b \in \{-1, 0\}$ plutôt que des retenues $c \in \{0, 1\}$.

Exercice 3.*(Bonus) Implémentation*

Codez tous les algorithmes du cours en Sage à l'aide uniquement des fonctions de base suivantes:

- ✎ addition avec retenue (entrées sur un chiffre),
- ✎ soustraction avec emprunt (entrées sur un chiffre) en supposant que le résultat est positif,
- ✎ multiplication avec retenue (entrées sur un chiffre).

Pour l'algorithme de décomposition d'un nombre en base β , vous pouvez appeler la division euclidienne `quo_rem` de SageMath.

Nous vous fournissons un fichier `TD1.sage` sur Moodle pour démarrer.