

Feuille TD 5 : Regression linéaire et Equations différentielles

REGRESSION LINÉAIRE

Exercice 1. (QCM)

- 1) Lors d'une régression linéaire, si le R^2 vaut 1, les points sont-ils alignés ?
a) Non ; b) Oui ; c) Pas obligatoirement.
- 2) La droite des MCO d'une régression linéaire passe-t-elle par le point (\bar{x}, \bar{y}) ?
a) Toujours ; b) Jamais ; c) Parfois.

Exercice 2. La relation linéaire entre l'absorbance et la concentration de MnO_4^- peut être déterminé pour quantifier le contenu en Mn dans un échantillon d'acier. La droite d'étalonnage obtenue est la suivante :

Quantité de Mn (mg)	réponse de l'instrument
1.0	0.060
2.0	0.140
3.3	0.217
5.3	0.331

- a) Calculer la droite des MCO.
- b) Si la réponse de l'échantillon est 0.250 quelle est sa concentration ?
- c) Calculer le coefficient de détermination. Conclure.

EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Exercice 1. Résoudre les problèmes différentiels suivants :

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \begin{cases} y'(t) + \frac{1}{t}y(t) = 3t + 2 & (\text{pour } t > 0) \\ y(1) = 3 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y'(t) - 2y(t) = e^{5t} \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} y'(t) - 2y(t) = e^{2t} \\ y(0) = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

Exercice 2. On considère une réaction chimique $A \longrightarrow B + C$. On note $a(t)$, $b(t)$ et $c(t)$ les concentrations respectives de A, B et C au temps t , et $v(t) = -a'(t) = b'(t) = c'(t)$ la vitesse de la réaction au temps t . A $t = 0$, $a(0) = a_0 > 0$. Déterminer l'expression de $a(t)$ pour tout $t \geq 0$, ainsi que le temps $\theta_{1/2}$ de demie-vie (au bout duquel la moitié du réactif est consommé), dans chacun des cas suivants :

- a) La réaction est d'ordre 0, c'est à dire $v = k$ où $k > 0$ est une constante.
- b) La réaction est d'ordre 1, c'est à dire $v = ka$ où $k > 0$ est une constante.

Exercice 3. Résoudre les problèmes différentiels suivants :

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{cases} y'(t) + ty(t) = 2t \\ y(0) = 1 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y'(t) + \cos(t)y(t) = \cos(t) \\ y(1) = 4 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} y'(t) + \frac{2}{1+t}y(t) = t^3 \\ y(0) = 0 \end{cases}
 \end{array}$$