

## Feuille TD 5 : Régression linéaire et Equations différentielles

### REGRESSION LINÉAIRE

#### **Exercice 1. (QCM)**

- 1) Lors d'une régression linéaire, si le  $R^2$  vaut 1, les points sont-ils alignés ?  
 a) Non ; b) Oui ; c) Pas obligatoirement.
- 2) La droite des MCO d'une régression linéaire passe-t-elle par le point  $(\bar{x}, \bar{y})$  ?  
 a) Toujours ; b) Jamais ; c) Parfois.

**Exercice 2.** La relation linéaire entre l'absorbance et la concentration de  $MnO_4^-$  peut être déterminé pour quantifier le contenu en  $Mn$  dans un échantillon d'acier. La droite d'étalonnage obtenue est la suivante :

Quantité de $Mn$ (mg)	réponse de l'instrument
1.0	0.060
2.0	0.140
3.3	0.217
5.3	0.331

- a) Calculer la droite des MCO.  
 b) Si la réponse de l'échantillon est 0.250 quelle est sa concentration ?  
 c) Calculer le coefficient de détermination. Conclure.

### EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

#### **Exercice 1.** Résoudre les problèmes différentiels suivants :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} y'(t) + \frac{1}{t}y(t) = 3t + 2 & (\text{pour } t > 0) \\ y(1) = 3 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y'(t) - 2y(t) = e^{5t} \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} y'(t) - 2y(t) = e^{2t} \\ y(0) = 1 \end{cases} \end{array}$$

**Exercice 2.** On considère une réaction chimique  $A \longrightarrow B + C$ . On note  $a(t)$ ,  $b(t)$  et  $c(t)$  les concentrations respectives de A, B et C au temps  $t$ , et  $v(t) = -a'(t) = b'(t) = c'(t)$  la vitesse de la réaction au temps  $t$ . A  $t = 0$ ,  $a(0) = a_0 > 0$ . Déterminer l'expression de  $a(t)$  pour tout  $t \geq 0$ , ainsi que le temps  $\theta_{1/2}$  de demie-vie (au bout duquel la moitié du réactif est consommé), dans chacun des cas suivants :

- a) La réaction est d'ordre 0, c'est à dire  $v = k$  où  $k > 0$  est une constante.  
 b) La réaction est d'ordre 1, c'est à dire  $v = ka$  où  $k > 0$  est une constante.

#### **Exercice 3.** Résoudre les problèmes différentiels suivants :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} y'(t) + ty(t) = 2t \\ y(0) = 1 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y'(t) + \cos(t)y(t) = \cos(t) \\ y(1) = 4 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} y'(t) + \frac{2}{1+t}y(t) = t^3 \\ y(0) = 0 \end{cases} \end{array}$$