

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER
FACULTÉ D'ÉCONOMIE
Année universitaire 2024-2025 - EXAMENS

Année d'étude : Licence 1

Matière : Mathématiques pour économistes 2

Semestre : 1

Coefficient : 2.5

Enseignant : M. Beaud

Durée : 2h

Session : 1

Documents autorisés non

Dictionnaires autorisés pour les étudiants non francophones oui

Calculatrices non programmables autorisées oui

L'utilisation du téléphone portable durant les épreuves est formellement interdite.

Le sujet comporte deux pages et le barème est sur 20 points.

Questions (10pts, chaque question vaut 1pt)

• **Question 1**

On considère une fonction à deux variables $y = f(x_1, x_2)$ définie sur \mathbb{R}^2 . Donner la formule définissant la dérivée partielle d'ordre 1 de cette fonction par rapport à la variable x_2 .

• **Question 2**

Considérer une fonction à deux variables $y = f(x_1, x_2) = x_1(x_2)^2$ définie sur \mathbb{R}^2 . Utiliser la formule définissant la dérivée partielle d'ordre 1 pour calculer f_2 .

• **Question 3**

On considère une fonction à n variables $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ définie sur \mathbb{R}^n . Si cette fonction est additivement séparable, quelle est la forme de cette fonction ? Que pouvez vous en conclure concernant ses dérivées partielles d'ordre 1 ?

• **Question 4**

On considère une fonction à trois variables $y = f(x_1, x_2, x_3)$ définie sur \mathbb{R}^3 . Ecrire le gradient et la matrice Hessienne de cette fonction.

• **Question 5**

On considère une fonction à n variables $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ définie sur \mathbb{R}^n . Donner la formule de sa différentielle totale d'ordre 1.

• **Question 6**

On considère une fonction à deux variables $y = f(x_1, x_2)$ définie sur \mathbb{R}^2 . Calculer la différentielle totale d'ordre 2.

• **Question 7**

On considère une fonction à deux variables $y = f(x_1, x_2)$ définie sur \mathbb{R}^2 . Si sa différentielle totale d'ordre 2 est nulle en tout point, que pouvez-vous en conclure concernant la représentation graphique de f ?

• **Question 8**

On considère une fonction à n variables $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ définie sur \mathbb{R}^n . Si la différentielle totale d'ordre 2 est strictement négative en tout point, que pouvez-vous en conclure ? Si cette différentielle est strictement positive en tout point, que pouvez-vous en conclure ?

• **Question 9**

On considère une fonction à 3 variables $y = f(x_1, x_2, x_3)$ définie sur \mathbb{R}^3 . Ecrire les sous matrices principales d'ordre 1, 2 et 3 de la matrice Hessienne.

• **Question 10**

On considère une fonction à 3 variables $y = f(x_1, x_2, x_3)$ définie sur \mathbb{R}^3 . Ecrire les sous matrices principales successives (ou diagonales) d'ordre 1, 2 et 3 de la matrice Hessienne.

Exercice (10pts)

Maximiser les fonctions suivantes en tenant compte des contraintes directes sur les variables. Vérifier les conditions du premier ordre.

1. $y = 10x_1 - 5x_2$, s/c : $0 \leq x_1 \leq 20$ et $0 \leq x_2 \leq 20$. (2pts)
2. $y = (x_1)^{1/2}(x_2)^{1/2}$, s/c : $0 \leq x_1 \leq 10$ et $0 \leq x_2 \leq 10$. (2pts)
3. $y = 4x_1 + 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$, s/c : $0 \leq x_1 \leq 10$ et $0 \leq x_2 \leq 10$. (3pts)
4. $y = 4x_1 + 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$, s/c : $0 \leq x_1 \leq 1$ et $0 \leq x_2 \leq 8/3$. (3pts)