UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER
FACULTÉ D'ÉCONOMIE
Année universitaire 2022-2023 - EXAMENS

Année d'étude : Licence 1	Enseignant : M. Beaud
Matière : Mathématiques pour économistes	Durée : 1h30
Semestre : 2	Session : 1

Documents autorisés: non
Dictionnaires autorisés pour les étudiants non francophones: oui
Calculatrices non programmables autorisée: non (aucun calcul numérique n'est demandé dans l'examen)

L'utilisation du téléphone portable durant les épreuves est formellement interdite.

Chaque question vaut 1 point.

- **Question 1**

On considère une fonction à n variables $y = f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Donner la formule définissant la dérivée partielle d'ordre 1 de cette fonction par rapport à la variable x_2.

- **Question 2**

Considérer une fonction à deux variables $y = f(x_1,x_2) = x_1(x_2)^2$ définie sur R^2. Utiliser la formule définissant la dérivée partielle d'ordre 1 pour calculer f_2.

- **Question 3**

On considère une fonction à n variables $y = f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Si cette fonction est additivement séparable, quelle est la forme de cette fonction ? Que pouvez vous en conclure concernant ses dérivées partielles d'ordre 1 ?

- **Question 4**

On considère une fonction à n variables $y = f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Ecrire le gradient et la matrice Hessienne de cette fonction.

- **Question 5**

On considère une fonction à n variables $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Donner la formule de sa différentielle totale d'ordre 1.

- **Question 6**

On considère une fonction à 2 variables $y=f(x_1,x_2)$ définie sur R^2. Calculer la différentielle totale d'ordre 2.

- **Question 7**

On considère une fonction à 2 variables $y=f(x_1,x_2)$ définie sur R^2. Si sa différentielle totale d'ordre 2 est nulle en tout point, que pouvez-vous en conclure concernant la représentation graphique de f?

- **Question 8**

On considère une fonction à n variables $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Si la différentielle totale d'ordre 2 est strictement négative en tout point, que pouvez-vous en conclure ? Si cette différentielle est strictement positive en tout point, que pouvez-vous en conclure ?

- **Question 9**

On considère une fonction à 3 variables $y=f(x_1,x_2,x_3)$ définie sur R^3. Ecrire les sous matrices principales d'ordre 1, 2 et 3 de la matrice Hessienne.

- **Question 10**

On considère une fonction à 3 variables $y=f(x_1,x_2,x_3)$ définie sur R^3. Ecrire les sous matrices principales successives d'ordre 1, 2 et 3 de la matrice Hessienne.

- **Question 11**

On considère une fonction à 3 variables $y=f(x_1,x_2,x_3)$ définie sur R^3. Calculer le déterminant de sous matrices principales successives d'ordre 1 et 2 de la matrice Hessienne.

- **Question 12**

Si la matrice Hessienne d'une fonction à plusieurs variables est définie négative, que pouvez-vous en conclure concernant la courbure de cette fonction ?

- **Question 13**

Si la matrice Hessienne d'une fonction à plusieurs variables est semi-définie négative, que pouvez-vous en conclure concernant la courbure de cette fonction ?

- **Question 14**

Si les déterminants des sous matrices principales successives de la matrice Hessienne d'une fonction à plusieurs variables alternent en signe en commençant par un signe strictement négatif, que pouvez-vous en conclure concernant la courbure de la fonction ?

- **Question 15**

On considère une fonction à n variables $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Si cette fonction est homogène de degré k, que pouvez-vous en déduire ?

- **Question 16**

On considère une fonction à n variables $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Ecrire les conditions du premier ordre.

- **Question 17**

On considère une fonction strictement concave à n variables $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ définie sur R^n. Sous quelle(s) condition(s) un point $(x_1^*,x_2^*,\dots,x_n^*)$ est un unique maximum global ?

- **Question 18**

On considère le problème de maximisation d'une fonction à 2 variables $y=f(x_1,x_2)$ définie sur R^2. On impose la contrainte $g(x_1,x_2)=0$ définie sur R^2. Ecrire le lagrangien associé à ce problème. Ecrire les conditions du premier ordre. Si un point de tangence (x_1^*,x_2^*) est solution de ce problème, en déduire que $f_1(x_1^*,x_2^*)/f_2(x_1^*,x_2^*)=g_1(x_1^*,x_2^*)/g_2(x_1^*,x_2^*)$ et que $g(x_1^*,x_2^*)=0$. Interpréter graphiquement ces deux conditions.

- **Question 19**

Au point solution d'un problème d'optimisation contraint, que mesure la valeur du multiplicateur de Lagrange ?

- **Question 20**

En quoi consiste la statique comparative appliquée à un modèle économique? Répondre en évoquant les variables endogènes et exogènes.