

HA8201H

Maths

Révision - Mai 2025

Primitives

- ➊ Déterminer l'intégrale de $E(x^2)$ sur $[0, 2]$, où E est la partie entière.
- ➋ Déterminer une primitive de

► $\int \frac{dx}{(x+2)^2(x+3)} dx,$

► $\int x^2 e^{2x} dx.$

Changement de base

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice de représentation dans la base canonique (e_1, e_2, e_3) est

$$A = \begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

- ❶ Montrer que les vecteurs

$$e'_1 = 2e_1 + 3e_2 + e_3, \quad e'_2 = 3e_1 + 4e_2 + e_3, \quad e'_3 = e_1 + 2e_2 + 2e_3$$

forment une base de $\mathbb{R}^3$.

- ❷ Calculer la matrice de f par rapport à cette base.

Isomorphisme ?

Soit

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(x, y) \mapsto (2x + y, 2x - y, x + y).$$

- 1 Donner la matrice de f dans la base canonique.
- 2 Déterminer si f est injective, surjective et/ou bijective.

Isomorphisme encore ?

Soit

$$f : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^4$$
$$(x, y) \mapsto (x - y, x + iy, (2 + i)x, 3ix + y).$$

- 1 Donner la matrice de f dans la base canonique.
- 2 Déterminer si f est injective, surjective et/ou bijective.

Changement de base

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la fonction définie par $f(x, y, z) = (x - y, x + y + z)$. Soient $B = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$ et $C = (c_1, c_2)$ celle de $\mathbb{R}^2$.

- 1 Montrer que la famille formée de $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = e_3$ et $e'_3 = e_2 - e_3$ forme une base de $\mathbb{R}^3$, notée B' .
- 2 Montrer que la famille formée de $c'_1 = c_1 + c_2$ et $c'_2 = c_2$ forme une base de $\mathbb{R}^2$, notée C' .
- 3 Déterminer la matrice de représentation de f dans la base B' dans la base C' .

Valeurs propres

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique est

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Trouver une base de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de f soit de la forme

$$T = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$