Correction des Q7/Q8 exo IS

Q7)
Soit v un sommet, et S un stable. Si $S \cap N[v] \neq \emptyset$, alors il n'y a rien à faire, on choisit $S' = S$. Si $S \cap N[v] = \emptyset$, alors on définit $S' = \{v\} \cup S$. Comme S ne contient ni v ni aucun de ses voisins, S' est bien un stable, et on a comme demandé $S' \supseteq S$ et $S' \cap N[v] \neq \emptyset$.
Q8)
Sens $\Rightarrow$. Suppose que (G, k) est une oui-instance, et donc qu'il existe un stable S de G avec $|S| \geq k$. D'après la Q7, il existe un stabe $S' \supseteq S$ tel que $S' \cap N[v] \neq \emptyset$. Soit $u_i \in S' \cap N[v]$. S' contient donc u_i et aucun de ses voisins, et donc $S' \setminus \{u_i\}$ est un stable de G_i de taille au moins $k-1$, ce qui signifique que $(G_i, k-1)$ est une oui-instance.

Sens $\Leftarrow$. Soit i tel que $(G_i, k-1)$ est une oui-instance. Cela signifie qu'il existe S_i un stable de G_i de taille au moins $k-1$. Comme G_i correspond à $G \setminus N[u_i]$, S_i ne contient ni u_i ni un voisin de u_i, et donc on peut rajouter u_i à S_i pour obtenir $S = \{u_i\} \cup S_i$, un stable de G, de taille au moins k. Ainsi, (G, k) est une oui-instance.