TD 13-14 : Laser

Exercice 26 : Système à deux niveaux fermés

On considère un système à deux niveaux fermés. Le niveau inférieur sera noté 1 et le niveau supérieur 2. Le niveau inférieur est stable et le niveau supérieur a une durée de vie τ_R. On considère un taux de pompage optique W_p entre les deux niveaux dont les populations seront notées N_1 et N_2.

a) Ecrire les équations cinétiques sur les populations.

b) Montrer que, en régime permanent, la population du niveau 2 est toujours inférieure à celle du niveau 1 quelles que soient les valeurs de W_p et τ_R

On considère maintenant $\tau_R \to +\infty$. On veut montrer qu'une inversion de population est possible pour un système à deux niveaux fermés sous l'effet d'une perturbation sinusoidale $V(t) = V\cos(\omega t)$ couplant les deux niveaux 1 et 2. On généralisera le cas du système à deux niveaux à N systèmes en considérant que $N_2 - N_1 = N(|C_2(t)|^2 - |C_1(t)|^2)$ avec $|C_i(t)|^2$ la probabilité de trouver le système dans le niveau i au temps t sachant qu'initialement le système était dans le niveau 1. On rapppelle les équations différentielles reliant les $C_n(t)$:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}C_n(t) = \sum_m V_{nm}(t)e^{i\omega_{nm}t}C_m(t),$$

avec $\omega_{nm} = (E_n - E_m)/\hbar$. On posera $\omega_{21} = \omega_0$.

c) Ecrire les équations différentielles pour $C_2(t)$ et $C_1(t)$ en développant le cos en exponentielles.

d) On fait une *approximation résonnante* qui consiste à dire que les termes $e^{\pm i(\omega+\omega_0)t}$ oscillent très rapidement et donnent des contributions négligeables. Simplifier les équations différentielles et comparer au cas du potentiel sinusoidal $V(t) = \gamma(e^{i\omega t}|1\rangle\langle 2| + e^{-i\omega t}|2\rangle\langle 1|)$ vu en cours.

e) Résoudre le système d'équations différentielles.

f) Donner une expression de $N_2 - N_1$ et discuter l'existence d'une inversion de population, son origine et son utilité pour une amplification laser.

Exercice 27 : Laser à quatre niveaux

On considère un milieu atomique dont le schéma de niveaux est représenté dans la figure 1. Les systèmes à quatre niveaux sont considérés comme les systèmes modèles pour la mise au point de lasers. Parmis les lasers à quatre niveaux on peut citer, le laser à néodyme, le laser Hélium-Néon, les lasers accordables à colorant ou à saphir dopé au titane et les lasers moléculaires.

Un mécanisme de pompage (pompage optique par une lampe ou un autre laser, excitation par une décharge électrique...) fait passer les atomes du niveau fondamentale 0 au niveau excité 3 (décrit par le taux W_p). Un phénomène de relaxation rapide (taux γ_{32}) transfère les atomes de ce niveau 3 au niveau 2 (niveau supérieur de la transition laser). Une transition radiative couple le niveau 2 au niveau 1 avec un taux γ_{21} et, enfin, les atomes dans le niveau inférieur de la transition laser sont ramenés vers le niveau fondamental par une relaxation rapide (taux γ_{10}).

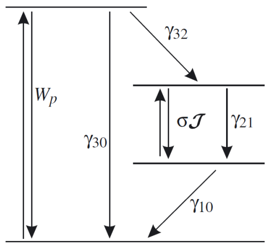

FIGURE 1 – Modèle à 4 niveaux.

a) La relaxation 3 vers 2 est extrêment rapide par rapport à tous les autres processus. Justifier alors que la population dans le niveau 3 est négligeable. Qu'est ce qu'indique la double flèche sur la nature du pompage au taux W_p ?

b) Ecrire les équations cinétiques pour les populations N_0, N_1 et N_2.

c) Soit $\Delta N = N_2 - N_1$. Donner l'expression de l'inversion de population ΔN dans l'état stationnaire. A quelles conditions obtient t'on une inversion de population ? Pour un laser à trois niveaux on donne $\Delta N = N_T \frac{W_p - \gamma_{21}}{W_p + \gamma_{21}}$, discuter alors l'avantage du système à quatre niveaux.

d) Le taux de changement du flux de photons au court de la propagation peut se mettre sous la forme : $\frac{1}{\mathcal{J}}(1 + \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_s})\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial z} = G$. Donner les expressions de $\mathcal{J}_s$ (flux de photons à saturation) et G (gain). Tracer G en fonction de W_p et $\mathcal{J}$ en fonction de z.

Le taux γ_{10} est généralement bien plus grand que γ_{20}.

e) Si le taux de pompage W_p est très faible, donner la valeur de l'intensité à saturation I_s (flux d'énergie par surface par unité de temps) à résonance. La transition laser est à $632.8nm$ et a un élargissement radiatif dû à l'émission spontanée de taux $\gamma_{21} = 10^7 s^{-1}$. On donne $\sigma = \frac{4\pi^2}{3}\alpha\omega_{21} |\langle 2| x |1\rangle|^2 f(\omega)$, $\gamma_{21} = \frac{4}{3}\alpha\frac{\omega^3}{c^2} |\langle 2| x |1\rangle|^2$, avec $f(\omega) = \frac{\Gamma}{2\pi}\frac{1}{(\omega-\omega_{21})^2+\Gamma^2/4}$.

Exercice 28 : Elargissement technique

On considère un laser fonctionnant en régime monomode longitudinal. L'émission est amplifiée sur un seul mode de la cavité optique. Cela peut être réalisé en utilisant des cavités courtes telles que l'intervalle spectral libre entre modes est plus grand que la largeur spectrale de la courbe de gain. On considère le cas d'un laser He-Ne émettant à 632.8 nm et dont la courbe de gain a une largeur de $1GHz$.

a) Quelle doit être la longueur de la cavité pour que l'amplification ne se réalise que sur un seul mode ?

b) Des variations de longueur optique de la cavité peuvent exister par l'intermédiaire de variations de température, de pression atmosphérique (induite par des ondes acoustiques par exemple). L'ensemble des phénomènes conduisant à une variation de longueur optique de la cavité entraîne une modulation aléatoire de la fréquence laser ("*jitter*") de l'ordre de quelques MHz. Il est possible d'asservir la longueur de la cavité à l'aide de transducteurs piézoélectriques contrôlant le déplacement de miroirs. Quel est l'ordre de grandeur des déplacements à compenser ?