

Devoir Encadré No 1

(10/10/2024)

Durée : 2 h 00

Calculatrices, documents et portables interdits

(Justifier toutes les réponses)

Problème 1. Soient $\mathbf{u} = (2, 3, 5)$ et $\mathbf{v} = (5, 6, 1)$.

- (a) Donner deux vecteurs perpendiculaires à \mathbf{u} et à \mathbf{v} .
- (b) Calculer l'aire du parallélogramme engendré par \mathbf{u} et \mathbf{v} .

Problème 2. Soit $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- (a) A est-elle inversible ? Si c'est le cas, calculer son inverse.
- (b) A est-elle orthogonale ?

Problème 3. Soit $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- (a) Trouver les valeurs propres de A .
- (b) Déterminer les vecteurs propres correspondants (c-à-d, les solutions avec chaque valeur propre).

Problème 4.

- (a) Soit $w = 1 + i$. Calculer $w^3 + w^2 + w + 1$.
- (b) Trouver toutes les solutions de $z^3 = 8$ dans \mathbb{C} en représentation exponentielle, coordonnées polaires et en coordonnées rectangulaires.

Problème 5. Déterminer le domaine de dérivabilité ainsi que la dérivée de $f(x) = \sqrt{x^4 + x^6}$.

Problème 6. Montrer que $e^x \geq 1 + x$ pour tout x réel positif.

Problème 7. Calculer $\int x^2 \sin x dx$ et $\int x^2 (\sin x)^3 dx$.