

## HAI406, Contrôle continu 2, 30m

Calculatrice et documents interdits.

## Exercice 1

On considère la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer l'application linéaire  $f$  associée à  $M$  (on précisera les espaces de départ et d'arrivée de  $f$ ).
2. Résoudre le système  $M \cdot X = 0$ ; en déduire une représentation paramétrique du noyau de  $f$ . L'application est-elle injective?
3. Soit  $(a, b, c)$  un élément de  $\mathbb{R}^3$  : résoudre le système

$$M \cdot X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Est-il compatible pour toutes valeurs de  $a, b$  et  $c$ ?

4. Montrer que l'image de  $f$  est un plan dont on déterminera une équation cartésienne;  $f$  est-elle surjective? Est-elle bijective?