



Agrégation- 2023/2024

Préparation à l'option C de modélisation

Thierry Mignon

thierry.mignon@umontpellier.fr

Mars 2023

Introduction à SAGE

1 Bibliographie

Les documents suivants sont téléchargeables en format pdf, vendus en librairies, ou consultables en ligne :

- Le *Tutoriel SageMath*, disponible en pdf et en ligne sur la page "help" du site du logiciel Sage : <http://doc.sagemath.org>
- Le *SageBook*, ou, plus officiellement *Calcul mathématique avec Sage*, en format livre à la bibliothèque ou disponible en pdf à l'adresse : <http://www.sagemath.org/sagebook/french.html>
- *Apprendre à programmer avec Python 3* de Gerard Swinnen, librement téléchargeable en pdf à l'adresse : <https://inforef.be/swi/python.htm>

Présente une introduction au langage de programmation "Python", sur lequel est basé le logiciel Sage.

- Beaucoup d'autres sources de documentations sur la page d'aide de Sage : <http://www.sagemath.org/help.html>

2 Début et fin de session

On peut utiliser SAGE soit localement, sur les ordinateurs des salles de TP, soit en ligne sur le site *CoCalc (Collaborative Calculation in the Cloud)* (<http://cocalc.com>)

Ouverture d'une session locale :

- Pour lancer SAGE, ouvrez un terminal (cliquer en haut à gauche puis dans le menu accessoires aller sur terminal).
- Dans la console, taper `sage` puis `notebook()`.
- Créer une nouvelle feuille de travail (*New Worksheet*) que vous appellerez `TP1_Introduction`

Ouverture d'une session en ligne :

- Dans votre navigateur, connectez-vous au site <https://cocalc.com>
- Créez un compte à l'aide d'une adresse mail et d'un mot de passe.
- Créer un nouveau projet, et, dans ce nouveau projet, une nouvelle feuille de travail (`sage worksheet`).

Fermeture d'une session locale :

- Cliquez sur File puis Save worksheet to a file.
- Sauvegardez votre feuille de travail à l'emplacement de votre choix.
- Si le TP est évalué, envoyez moi la feuille de travail par mail *avant la fin du TP !*

3 Manipulations de bases avec le Tutoriel

Nous allons nous familiariser avec le fonctionnement du logiciel. Téléchargez, ou consultez en ligne, le tutoriel de Sage (voir le lien ci-dessus). Commencez par lire et taper les commandes des paragraphes suivants.

Visite guidée

- §2.1, §2.2, §2.3 §2.4.1, §2.4.2
- §2.5 §2.7, §2.8

Programmation

- §6.4, §6.5 §6.7, §6.8, §6.9

4 Exercices d'applications

Exercice 1. Utilisation des variables symboliques

- (1) Construire l'expression symbolique $P = (u^2 + 1)(u^2 - 2)$.
- (2) Développer P .
- (3) Évaluer P en 2 en utilisant deux syntaxes différentes.

Exercice 2. fonctions et temps de calculs

- (1) Écrire une procédure récursive `fact_rec` permettant de calculer $n!$.
- (2) Écrire une version itérative `fact_it`.
- (3) A l'aide de la commande `timeit`, comparer les temps de calcul pour $50!$ et $500!$. Comparer également avec la fonction `factorial` de sage.

Exercice 3. Utilisation des listes.

- (1) Créer la liste L des entiers de 1 à 10.
- (2) Construire la fonction $f : x \mapsto 2x + 1$.
- (3) En utilisant la commande `map`, construire la liste K des 10 premiers entiers positifs impairs.
- (4) En utilisant une boucle `for`, calculer le produit scalaire de L et K .
- (5) Écrire une fonction `prodscal` qui calcule le produit scalaire de 2 listes. Cette fonction devra être commentée et traiter les cas pathologiques (listes de tailles différentes ou vides en entrée).

Exercice 4. Polynômes sur différents anneaux

- (1) Définir $P = x^4 + 3x^2 + 2$ comme un polynôme symbolique (élément de l'anneau `SR`) et le factoriser.
- (2) Définir QX l'anneau des polynômes en la variable X définis sur \mathbb{Q} . Définir P sur QX et le factoriser.
- (3) Définir P comme un polynôme à coefficients dans le corps fini \mathbb{F}_{43} (*i.e.*, $\mathbb{Z}/43\mathbb{Z}$) et le factoriser.
- (4) Définir P comme un polynôme à coefficients sur \mathbb{C} et le factoriser.