Université de Montpellier
- Faculé des Sciences -
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2022-2023
Licence - OM2

OM2 : Feuille 6 de TD

Michele Bolognesi ([1])

Exercice 1. Déterminer si les formes différentielles suivantes sont exactes et dans ce cas, les intégrer :

1. $\omega_1 = 2xydx + x^2dy$;
2. $\omega_2 = xydx - zdy + xzdz$;
3. $\omega_3 = 2xe^{x^2-y}dx - 2e^{x^2-y}dy$.

Exercice 2. Déterminer une fonction $g(x, y)$ telle que la forme différentielle

$$\omega = \frac{x}{1 + x^2 + y^2}dx + g(x, y)dy$$

soit férmée et exacte.

Exercice 3.
Soit $\omega(x, y) = ydx + xdy$. ω est fermée ? Exacte ? Intégrez ω le long de :

1. $\gamma : [1, 3] \to \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto (t, t)$.
2. la réunion de γ_1 et γ_2, avec

$$\gamma_1 : [1, 3] \to \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto (t, 1) \tag{1}$$
$$\gamma_2 : [1, 3] \to \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto (3, t). \tag{2}$$

Que remarquez vous ? Comment calculer cet intégrale en utilisant le fait que ω est exacte ?

Exercice 4. Intégrer $\sigma = (x^2 + xy)dx - (x - y)dy$ le long de γ, où γ est la réunion des segments $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$, avec $A(0, 2),\ B(4, 2),\ C(4, 3)$.

Exercice 5. Considérons

$$\omega = \frac{2xy^2}{1 + x^2y^2}dx + \frac{2x^2y}{1 + x^2y^2}dy.$$

La forme ω est-elle exacte ? Si oui déterminer une primitive.

1. Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5. Mail : `michele.bolognesi@umontpellier.fr`