

## OM2 : Feuille 5 de TD

Michele Bolognesi <sup>(1)</sup>

**Exercice 1.** Une forme différentielle

$$w(x, y) = a(x, y)dx + b(x, y)dy$$

est dite fermée si  $\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}$ , et exacte si  $w$  est la différentielle d'une fonction  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .

1. Montrer qu'une forme exacte est fermée
2. Donner un exemple de forme exacte

**Exercice 2.** Montrer que les formes différentielles suivantes, en une seule variable, sont exactes:

1.  $[4 \sin(x) + e^{3x}]dx$ ;
2.  $(x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 3)dx$ ;
3.  $(\frac{1}{2x+1} - 6x^2)dx$ .

**Exercice 3.** Déterminer si les formes différentielles suivantes sont exactes et dans ce cas, les intégrer :

1.  $\omega_1 = 2xydx + x^2dy$ ;
2.  $\omega_2 = xydx - zdy + xzdz$ ;
3.  $\omega_3 = 2xe^{x^2-y}dx - 2e^{x^2-y}dy$ .

**Exercice 4.** Calculer la différentielles des fonctions suivantes et déterminer les ensembles de définition des formes différentielles ainsi obtenues.

1.  $f(x, y) = \ln(x + y) + 7x^3$ ;
2.  $g(x, y) = \frac{1}{x^3+y^2} + \sin(x - 2y)$ ;
3.  $h(x, y) = \frac{\sin(x)}{e^{x-y}-1}$ .

**Exercice 5.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction réelle de variable réelle. Montrer que, si

$$z(x, y) = y + f(x^2 - y^2),$$

alors

$$y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = x.$$

---

<sup>1</sup>Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5.  
Mail : [michele.bolognesi@umontpellier.fr](mailto:michele.bolognesi@umontpellier.fr)