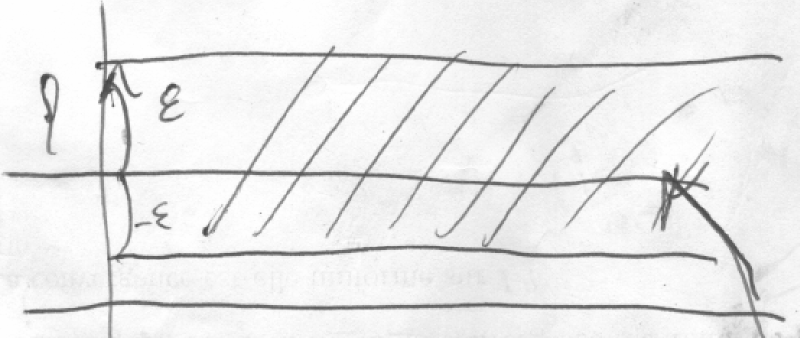
pour n pair, $n > A$ (existe) $|u_n - \ell| = |1-\ell| < \frac{1}{2} \Rightarrow \ell > 0$

— n impair, $n > A$, $|u_n - \ell| = |-1-\ell| < \frac{1}{2} \Rightarrow \ell < 0$

abs

→ interprétation géomé.

$$|u_n - \ell| < \varepsilon \Leftrightarrow \ell - \varepsilon < u_n < \ell + \varepsilon$$



tous les u_n pour n assez grand.

Rem (1) (u_n) réelle : $u_n \to +\infty$ $(-\infty)$ si ~~∀A, ∃A~~ $\forall A \mid \exists N,\ n \geq N \Rightarrow u_n > A$ (resp $<$)

(2) une suite $u_n \to \infty$ diverge $\boxed{\text{unicité de } \ell\,!}$ → OK. $|\ell - \ell'| < 2\varepsilon$ $\forall \varepsilon$.

Propriétés :

Opérations $u_n \to \ell$, $v_n \to \ell'$ (0) $u_n \to \ell \Rightarrow |u_n|$ bornée ($\varepsilon = 1$ dans déf. limite)

(1) $u_n + v_n \to \ell + \ell'$ (2) $u_n v_n \to \ell\ell'$

(3) Si $\ell' \neq 0$, et $v_n \neq 0$, $\frac{u_n}{v_n} \to \frac{\ell}{\ell'}$

(4) Gendarmes + conservation inégalité large → faux pour strict $\left(\frac{1}{n} > 0\right)$

Dem : (1) Exo ind! $|u_n + v_n - \ell - \ell'| \leq |u_n - \ell| + |v_n - \ell'|$

+ $u_n \to 0$, v_n bornée : $u_n v_n \to 0$