ANNEXE A

PRINCIPALES LOIS DE PROBABILITÉ

LOIS DISCRÈTES (Page A-1)

- Loi de Bernoulli $B(p)$
- Loi Binômiale $B(n, p)$
- Loi de Poisson $P(\lambda)$
- Loi Hypergéométrique $H(N, M, n)$
- Loi Géométrique $G(p)$
- Loi Binômiale Négative $BN(n, p)$

LOIS CONTINUES (Page A-2)

- Loi Uniforme $U[a, b]$
- Loi Exponentielle $E(\lambda)$
- Loi Normale $N(\mu, \sigma^2)$
- Loi de Cauchy $C(\mu, \sigma)$
- Loi Gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$
- Loi Logistique $Log(\mu, \sigma)$
- Loi Beta $B(a, b)$
- Loi de Laplace $L(\mu, \sigma)$

SATELLITES DE LA LOI NORMALE (Page A-3)

- Loi khi-deux χ^2_ν
- Loi de student t_ν
- Loi de Fisher $F^{\nu_1}_{\nu_2}$

LOIS MULTIDIMENSIONNELLES (Page A-4)

- Loi Multinormale $N_q(\mu, \Sigma)$
- Loi Multinomiale $M(n, (p_1, p_2, \ldots, p_q))$

Lois de Probabilité Discrètes	Fonction de masse	Fonction génératrice des moments	E(X)	V(X)	Genèse
Bernoulli $B(p)$ $0 < p < 1$	$p^x(1-p)^{1-x} \quad si\ x = 0,1$	$1-p + pe^t$	p	$p(1-p)$	Lancer d'une pièce de monnaie avec P[pile] = p
Binômiale $B(n, p)$ n entier ≥ 0, $0 < p < 1$	$\binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x}$ $si\ x = 0, 1, \ldots, n$	$(1 - p + pe^t)^n$	np	$np(1-p)$	Loi de la somme de n variables $B(p)$ indépendantes
Poisson $P(\lambda)$ $\lambda > 0$	$\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$ $si\ x = 0, 1, 2, \ldots$	$e^{\lambda(e^t-1)}$	λ	λ	Limite de la loi binomiale quand $n \to \infty, np_n \to \lambda > 0$ $p_n \to 0$
Hypergéométrique $H(N, M, n)$ N, M, n entier ≥ 0 M et $n \leq N$	$\dfrac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ $x = a, a+1, \ldots, b,$ $a = \max[0, M+n-N],$ $b = \min[M, n]$		$\dfrac{nM}{N}$	$\dfrac{nM}{N}\left(1-\dfrac{M}{N}\right)\left(\dfrac{N-n}{N-1}\right)$	Une boîte contient N boules dont M sont blanches et $N - M$ sont noires. On choisit au hasard et sans remise n boules. La $v.a.$ X est le nombre de boules blanches choisies
Géométrique $G(p)$ $0 < p < 1$	$p(1-p)^{x-1}$ $si\ x = 1, 2, \ldots$	$\dfrac{pe^t}{1-e^t(1-p)}$	$\dfrac{1}{p}$	$\dfrac{(1-p)}{p^2}$	Nombre de lancers d'une pièce de monnaie nécessaire pour l'obtention du premier "pile" avec P[pile] = p
Binômiale Négative $BN(n, p)$ n, entier ≥ 1 $0 < p < 1$	$\binom{x-1}{n-1} p^n(1-p)^{x-n}$ $x = n, n+1, \ldots$	$\left(\dfrac{pe^t}{1-e^t(1-p)}\right)^n$	$\dfrac{n}{p}$	$\dfrac{n(1-p)}{p^2}$	Loi de la somme de n variables de loi $G(p)$ indépendantes

Lois de Probabilité continues	Fonction de densité	Fonction de répartition	Fonction génératrice des moments	E(X)	V(X)	Genèse
Uniforme $U[a, b]$ $a < b$	$\frac{1}{(b-a)}\mathrm{I}\{a < x < b\}$	$\frac{x-a}{b-a}$ si $x \in [a, b]$	$\frac{e^{tb}-e^{ta}}{t(b-a)}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	
Exponentielle $E(\lambda)$ $\lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x}$ $si\ x > 0$	$1 - e^{-\lambda x}$	$(1 - t/\lambda)^{-1}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	Temps d'attente entre deux événements consécutifs d'un processus de Poisson d'intensité λ
Normale $N(\mu, \sigma^2)$ $\mu \in \mathrm{R}, \sigma^2 > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ $si\ x \in \mathrm{R}$	–	$e^{\mu t+\sigma^2 t^2/2}$	μ	σ^2	Théorème limite centrale
Cauchy $C(\mu, \sigma)$ $\mu \in \mathrm{R}, \sigma > 0$	$\frac{\sigma}{\pi[(x-\mu)^2+\sigma^2]}$ $si\ x \in \mathrm{R}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$	n'existe pas	n'existe pas	n'existe pas	$C(0, 1)$: loi du rapport de deux variables indépendantes de loi $N(0, 1)$
Gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$ $\alpha > 0, \beta > 0$	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x\beta}$ $si\ x > 0$	–	$\left(\frac{\beta}{\beta-t}\right)^\alpha$	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\alpha}{\beta^2}$	$\Gamma(n, \beta)$ = loi de la somme de n variables indépendantes de loi $E(\beta)$
Logistique $Log(\mu, \sigma)$ $\mu \in \mathrm{R}, \sigma > 0$	$\frac{e^{(x-\mu)/\sigma}}{\sigma(1+e^{(x-\mu)/\sigma})^2}$ $si\ x \in \mathrm{R}$	$\left[1+e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}\right]^{-1}$	$\frac{2\pi\sigma e^{t\mu} t}{e^{t\pi\sigma}-e^{-t\pi\sigma}}$	μ	$\frac{\sigma^2\pi^2}{3}$	
Beta $B(a, b)$ $0 < a, b$	$\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}$ $si\ x \in\ ]0, 1[$	–	–	$\frac{a}{a+b}$	$\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$	
Laplace $L(\mu, \sigma)$ $\mu \in \mathrm{R}, \sigma > 0$	$\frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{\lvert x-\mu \rvert}{\sigma}}$ $si\ x \in \mathrm{R}$	$e^{-(\mu-x)/\sigma}/2$ $si\ x \le \mu$ $1-e^{-(x-\mu)/\sigma}/2$ $si\ x \ge \mu$	$e^{t\mu}(1+\sigma^2 t^2)^{-1}$	μ	$2\sigma^2$	

Satellites de la loi normale	Fonction de densité	Fonction génératrice des moments	E(X)	V(X)	Genèse
khi-deux χ_ν^2 $\nu > 0$	$\dfrac{x^{(\nu-2)/2}e^{-x/2}}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)}$ $si\ x > 0$	$(1-2t)^{-1/2}$	ν	2ν	$\Gamma(\nu/2,\ 1/2)$ ou loi de la somme de ν χ_1^2 indépendantes
student t_ν $\nu > 0$	$\dfrac{\Gamma\left(\dfrac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi\nu}}\left(1+\dfrac{x^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$ $si\ -\infty < x < \infty$		0 $si\ \nu \geq 2$	$\dfrac{\nu}{\nu-2}$ $si\ \nu \geq 3$	Quotient d'une $N(0,1)$ sur la racine d'une χ_ν^2/ν indépendante
Fisher $F_{\nu_2}^{\nu_1}$ $\nu_1, \nu_2 > 0$	$\dfrac{\Gamma\left(\dfrac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\dfrac{\nu_2}{2}\right)}\nu_1^{\nu_1/2}\nu_2^{\nu_2/2}$ $\times\dfrac{x^{\nu_1/2-1}}{(\nu_2+\nu_1 x)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$ $si\ x > 0$		$\dfrac{\nu_2}{\nu_2-2}$ $si\ \nu_2 > 2$	$\dfrac{2\nu_2^2(\nu_1+\nu_2-2)}{\nu_1(\nu_2-2)^2(\nu_2-4)}$ $si\ \nu_2 > 4$	Quotient d'une $\chi_{\nu_1}^2/\nu_1$ et d'une $\chi_{\nu_2}^2/\nu_2$ indépendante

Lois Multidimensionnelles	Densité ou Masse	Fonction génératrice	E(X)	V(X)
Loi multinormale $N_q(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ $\boldsymbol{\mu} \in \mathrm{R}^q$, Σ : matrice $q \times q$ définie +	$\dfrac{1}{(2\pi)^{q/2} \lvert\Sigma\rvert^{1/2}} \times$ $e^{-(x-\boldsymbol{\mu})^{\mathsf{T}} \Sigma^{-1} (x-\boldsymbol{\mu})/2}$ $si\ x \in \mathrm{R}^q$	$e^{\boldsymbol{\mu}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{t} + \frac{\boldsymbol{t}^{\mathsf{T}} \Sigma \boldsymbol{t}}{2}}$	$\boldsymbol{\mu}$	Σ
Loi multinomiale $M(n, (p_1, \ldots, p_{q-1}))$ $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_{q-1})$ avec $X_q = n - X_1 - \ldots - X_{q-1}$. $n \geq 1$ entier $0 < p_j, \sum_{j=1}^{q-1} p_j < 1$	$\dfrac{n!}{x_1! \ldots x_q!} p_1^{x_1} \ldots p_q^{x_q}$ $(p_q = 1 - p_1 - \ldots - p_{q-1})$ $0 \leq x_i \leq n, \sum_{j=1}^{q-1} x_j \leq n$ x_i : entiers $x_q = n - x_1 - \ldots - x_{q-1}$.	$\left(\sum_{j=1}^{q} p_j e^{t_j} \right)^n$	$n\boldsymbol{p}$	$n\ (\mathrm{Diag}(\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{p}\boldsymbol{p}^{\mathsf{T}})$ où $\boldsymbol{p}^{\mathsf{T}} = (p_1, \ldots, p_{q-1})$