Université Montpellier II - L2 - HLMA312
Tous documents, calculatrices, portables interdits

Question de cours Enoncer et démontrer le théorème d'intervertion limite-intégrale pour les suites de fonctions.

Exercice Nature de la **série** de terme géneral u_n lorsque :

1. $u_n = \frac{1+n^2}{1+n^3}$.
2. $u_n = \frac{n^8}{(2n)!}$.
3. $u_n = \frac{(-1)^n}{ln(n)}$
4. $u_n = \frac{1+in}{n^4}$ où i est un nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

Exercice On considère la suite de fonctions f_n définie sur $\mathbb{R}$ par $f_n(x) = nsin(x/n)$.

1. Etudier la convergence simple de f_n sur $\mathbb{R}$, on notera f 1a limite simple.
2. Dresser le tableau de variation de $f - f_n$ sur $\mathbb{R}$.
3. Montrer que la convergence est uniforme sur tout compact de $\mathbb{R}$.
4. La convergence est-elle uniforme sur $\mathbb{R}$?

Exercice On considère la suite de fonctions définie sur $\mathbb{R}$ par $u_n(x) = 2n(-1)^n x^{2n-1}$ et la série de fonctions $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$.

1. Déterminer l'ensemble I des x tels que la série $S(x)$ converge.
2. Montrer que S converge uniformément sur tout compact de $]-1,1[$. En déduire que S est continue sur $]-1,1[$.
3. Pour $x \in]-1,1[$, calculer $\int_0^x S(t)dt$.
4. En déduire explicitement S sur $]-1,1[$.

Exercice On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le polynôme caractéristique de A. En déduire ses valeurs propres.
2. La matrice A est-elle diagonalisable ?