Université Montpellier II - L2 - GLMA313
Tous documents, calculatrices, portables interdits

Question de cours Montrer qu'une suite croissante et majorée converge.

Exercice Nature de la **série** de terme géneral u_n lorsque :

1. $u_n = \frac{n}{1+n^3}$.
2. $u_n = \frac{n!}{n^{2n}}$.
3. $u_n = (-1)^n sin(1/n)$

Exercice On considère la suite de fonctions f_n définie sur $\mathbb{R}$ par $f_n(x) = xe^{-nx^2}$.

1. Etudier la convergence simple et uniforme de f_n sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer $f_n'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$, puis la limite simple de f_n'.
3. La suite $f_n'(x)$ converge-t-elle uniformément sur $\mathbb{R}$?
4. Montrer que la série $\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ converge pour tout x et la calculer.

Exercice On considère la suite de fonctions définie sur $\mathbb{R}$ par $u_n(x) = ne^{-nx}$ et la série de fonctions $S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x)$.

1. Déterminer l'ensemble I des x tels que la série $S(x)$ converge.
2. Soit $0 < a$, montrer que S converge uniformément sur $[a, +\infty[$. En déduire que S est continue sur I.
3. Pour $t \in I$, calculer $\int_1^t S(x)dx$.
4. En déduire explicitement S sur I.