Université de Montpellier
- Faculé des Sciences -
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2021-2022
Licence - OM2

OM2 : Feuille 4 de TD

Michele Bolognesi ([1])

Exercice 1. Calculer les points critiques, et déterminer le domaine de définition de:

1. $h(x,y) = x^2 \sin(y)$;

2. $f(x,y) = \frac{1}{x^2-y^2}$;

3. $g(x,y) = x^4 + 2x + 3y^3$.

Exercice 2. Calculer la différentielle des fonctions suivantes:

1. $f_1(x,y) = 2x + e^y - ln(xy)$;

2. $f_2(x,y) = \frac{2x}{\sin(x)\cos(y)} - e^x$;

3. $f_3(x,y) = ln(2-x^2) + \sin(\frac{x}{y})$.

Exercice 3. Trouver les fonctions $b : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ telles qu'il existe $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ satisfaisant à la condition

$$dg = x^2y^2dx + b(x,y)dy.$$

Étant donnée alors la fonction b, déterminer toutes les fonctions g correspondantes.

Exercice 4.

1. Évaluer en $(1,\pi)$ la forme différentielle suivante

$$\omega(x,y) = (x^2+1)dx + \sin(y)dy.$$

2. La fonction ainsi obtenue, prend-elle des valeurs positifs sur l'ensemble $U := \{(x,y)|x > 0,\ y > 0\}$?

3. La forme différentielle $6x^2ydx + 2x^3dy$ est-elle la différentielle d'une fonction en deux variables? Expliquer.

4. Même question pour $2\cos(x)sin(y)dx + 3\sin(x)\cos(y)dy$.

[1] Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5. Mail : `michele.bolognesi@umontpellier.fr`

Exercice 5. Détérminer le domaine de définition et montrer que les fonctions suivantes vérifient bien le Thm. de Schwarz.

1. $f(x, y) = y^2 ln(x + \sqrt{x})$;
2. $g(x, y) = \sin(e^{xy} + 2y)$;
3. $h(x, y) = e^{(1+x^{2/3}-\cos(y))}$.