Échantillonneur de Gibbs et algorithme de Metropolis-Hastings

Jean-Michel MARIN

1 Échantillonneur de Gibbs

Nous considérons un vecteur aléatoire $X = (X_1, X_2)$ à valeurs dans $\{0, \ldots, n\} \times [0, 1]$. La densité de X sur son support est proportionnelle à

$$\frac{n!}{(n-x_1)!x_1!} x_2^{x_1+\alpha-1}(1-x_2)^{n-x_1+\beta-1} \, .$$

1 Pour $n = 10$, $\alpha = 1$ et $\beta = 2$, mettre en oeuvre l'échantillonneur de Gibbs afin de simuler des réalisations approximativement distribuées suivant la loi de X. On vérifiera graphiquement la convergence de la chaîne de Markov ainsi générée vers son état stationnaire.

2 Estimer $\mathbb{E}\left(X_1 X_2\right)$.

2 Algorithme de Metropolis-Hastings

Nous considérons une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{R}_*^+$. La densité de X sur son support est proportionnelle à

$$x^{-n/2} \exp\left(\frac{-\alpha}{2x}\right) \, ,$$

(scaled inverse χ^2 distribution).

1 Pour $n = 5$ et $\alpha = 4$, mettre en oeuvre l'algorithme de Metropolis-Hastings afin de simuler des réalisations approximativement distribuées suivant la loi de X. On utilisera comme noyau de proposition indépendant une distribution du χ^2 à 2 degrés de liberté.

2 Utiliser maintenant comme noyau de proposition une marche aléatoire gausienne de variance égale à 5. Que se passe-t-il ?