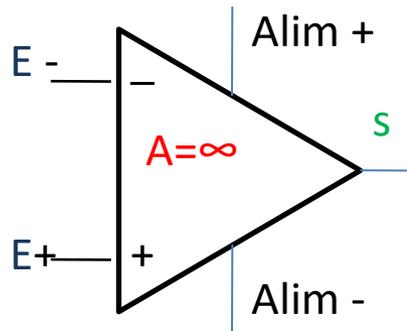




# 1 - L'amplificateur opérationnel idéal

## 1-1- Symbole



- Pourquoi amplifier ?

L'ampli op permet par sa structure différentielle de réaliser des montages de type asservissement. Un grand gain permet alors d'avoir une très bonne précision dans les fonctions que l'on souhaite réaliser.

## 1-2- Caractéristiques

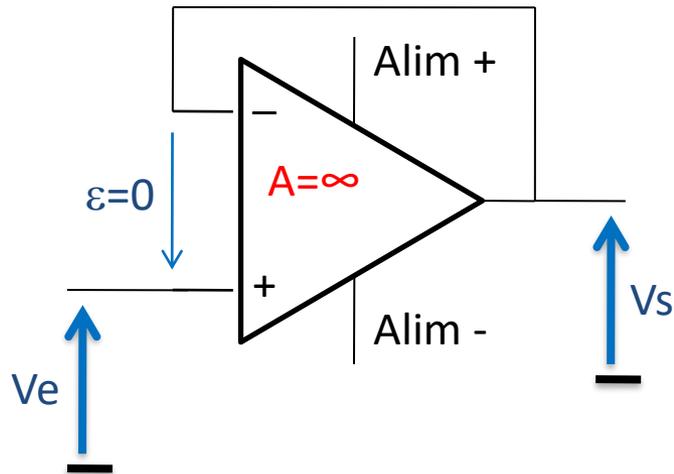
- Gain infini
- Impédances d'entrées infinies
- Impédance de sortie nulle
- Bande passante infinie
- Pas de saturation
- Slew rate infini

## 1-3- En réalité

- Gain  $A_0 = 10^5$  à  $10^7$
- 10 M $\Omega$  pour un jFet
- 50  $\Omega$
- de l'ordre de 10 Hz
- Saturation à  $\pm(V_{\text{alim}} - 1 \text{ V})$
- Slew rate = 13 V/ $\mu\text{s}$

# 2 – Applications linéaires

## 2 – 1 Montage suiveur



Hypothèse :  $V_s$  finie

Gain  $A$  infini donc  $V_s = A (E_+ - E_-)$  impose

$(E_+ - E_-) = \epsilon = 0$

D'où  $V_s = V_e$

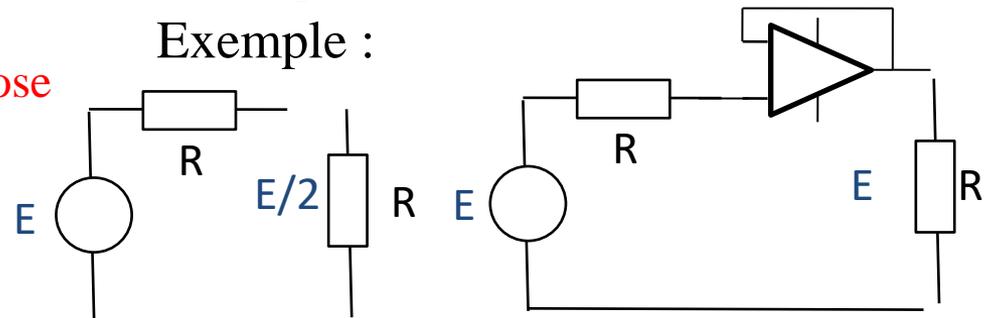
- Avantages du montage :

Impédance d'entrée infinie

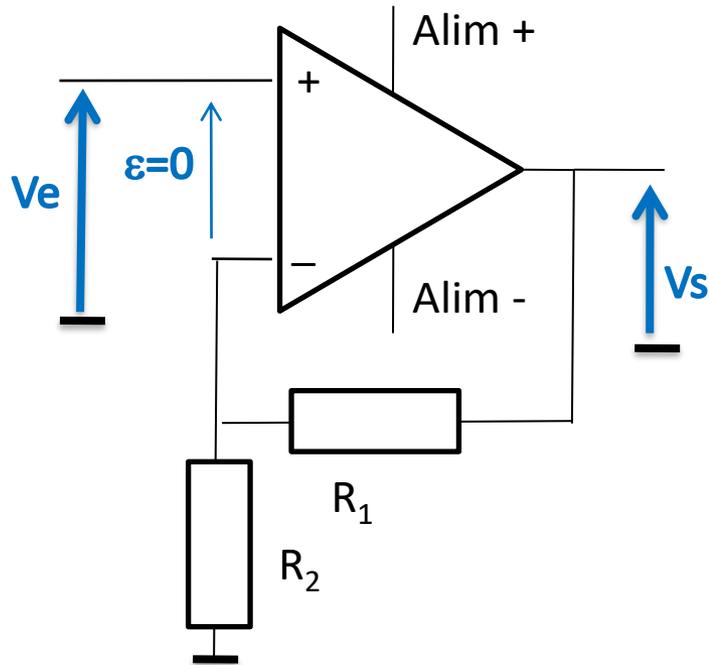
Impédance de sortie nulle

Il réalise ainsi une adaptation parfaite en tension entre un générateur et un récepteur. C'est-à-dire que le signal en tension du générateur se reporte entièrement sur le récepteur sans atténuation.

Exemple :



## 2-2 Montage amplificateur non inverseur

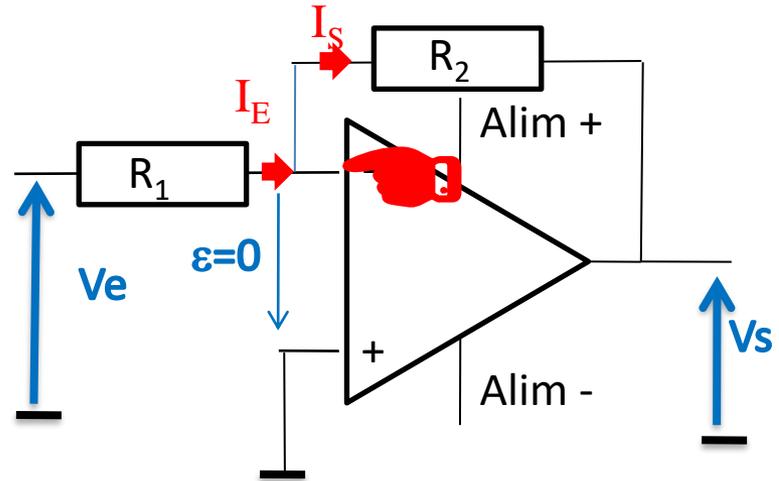


Le montage étant contre-réactionné,  $\varepsilon = 0$

$$V_e = V_+ = V_- = V_s \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

D'où  $V_s = V_e \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$

## 2-3 Montage amplificateur inverseur



Le montage étant contre-réactionné,  $\varepsilon = 0$   
 $V_- = V_+ = 0$

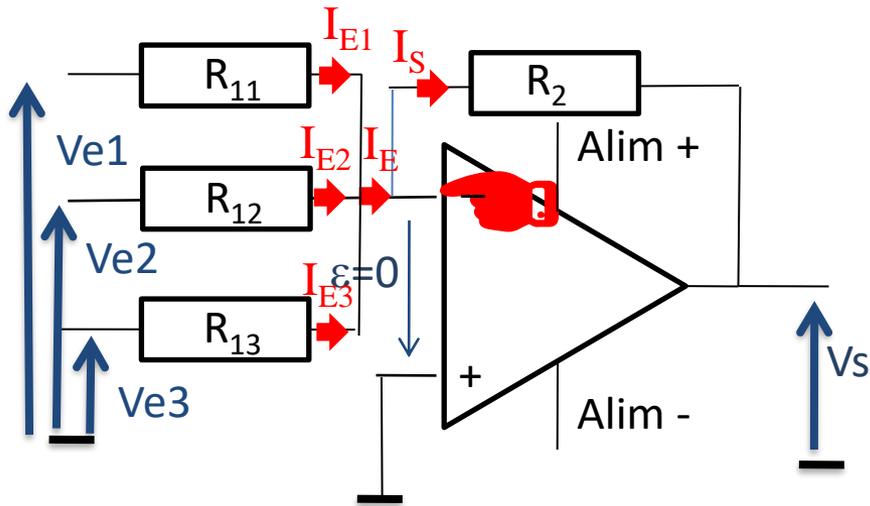
$$I_E = \frac{V_e}{R_1} \quad I_S = -\frac{V_s}{R_2}$$

Comme  $I_S = I_E$

$$V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e$$

Quelles sont les impédances d'entrées et de sortie de ces montages ?

## 2-4 Sommateur inverseur



Le montage étant contre-réactionné,  $\varepsilon = 0$

$$V_+ = V_- = 0$$

$$I_s = -\frac{V_s}{R_2} \quad I_E = \frac{V_{e1}}{R_{11}} + \frac{V_{e2}}{R_{12}} + \frac{V_{e3}}{R_{13}}$$

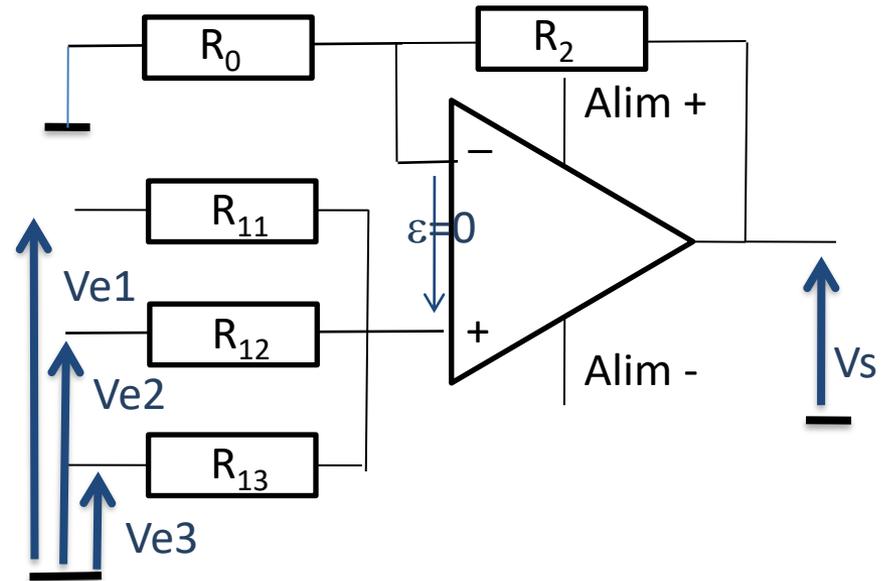
Comme  $I_s = I_E$

$$V_s = -R_2 \left( \frac{V_{e1}}{R_{11}} + \frac{V_{e2}}{R_{12}} + \frac{V_{e3}}{R_{13}} \right)$$

Cas où  $R_2 = R_{11} = R_{12} = R_{13} = R$

$$V_s = -(V_{e1} + V_{e2} + V_{e3})$$

## 2-5 Sommateur non inverseur



Le montage étant contre-réactionné,  $\varepsilon = 0$

$$V_+ = V_-$$

Théorème de Millman en  $V_+$  et en  $V_-$

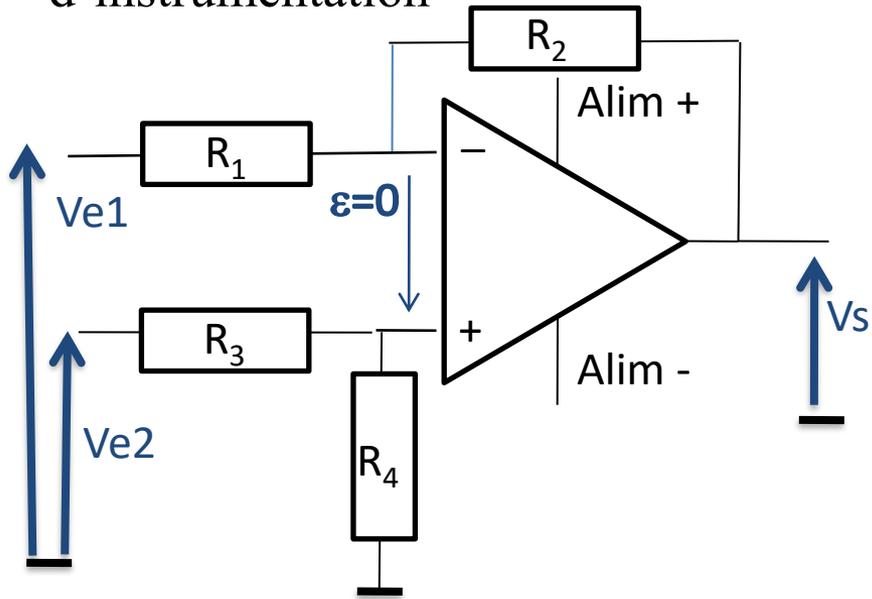
$$V_- \left( \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_s}{R_2} + \frac{0}{R_0} \quad V_- = \frac{R_0}{R_0 + R_2} V_s$$

$$V_+ \left( \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13}} \right) = \frac{V_{e1}}{R_{11}} + \frac{V_{e2}}{R_{12}} + \frac{V_{e3}}{R_{13}}$$

Cas où  $R_0 = R_2 = R_{11} = R_{12} = R_{13} = R$

$$V_s = \frac{2}{3} (V_{e1} + V_{e2} + V_{e3})$$

## 2-6 Amplificateur différentiel d'instrumentation



Le montage étant contre-réactionné,  $\epsilon = 0$

$$V_+ = V_-$$

$$V_+ = V_{e2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad V_- \text{ s'obtient par Millman :}$$

$$V_- \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_{e1}}{R_1} + \frac{V_S}{R_2} \quad V_- = \frac{R_2 V_{e1}}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 V_S}{R_1 + R_2}$$

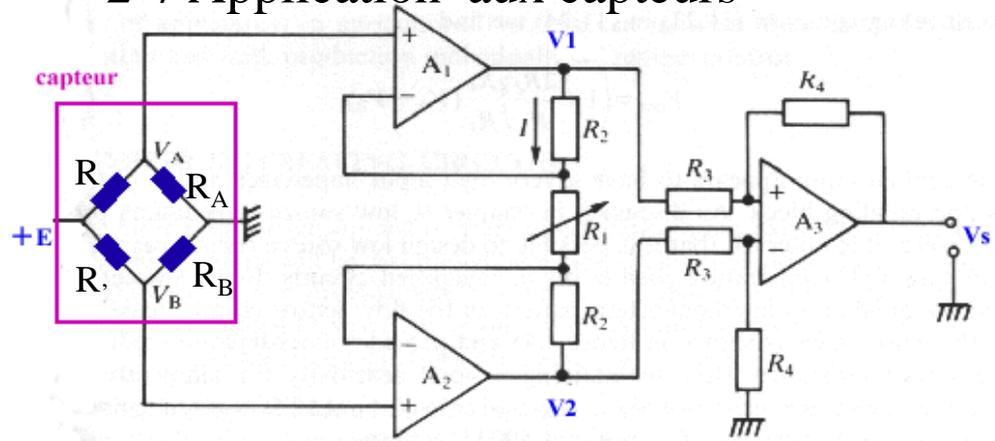
$$\frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$$

$$V_S = \frac{R_2}{R_3} V_{e2} - \frac{R_2}{R_1} V_{e1}$$

$$V_S = V_{e2} - V_{e1}$$

## 2-7 Application aux capteurs



Capteur : L'une des résistances ( $R$ ) varie avec la mesure.

Millman en A et B donne

$$V_A \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_A} \right) = \frac{E}{R} \quad V_B \left( \frac{1}{R'} + \frac{1}{R_B} \right) = \frac{E}{R'}$$

Si  $R_A = R_B = R' \approx R$

$$V_B - V_A = \left[ \left( \frac{R_B}{R' + R_B} \right) - \left( \frac{R_A}{R + R_A} \right) \right] E$$

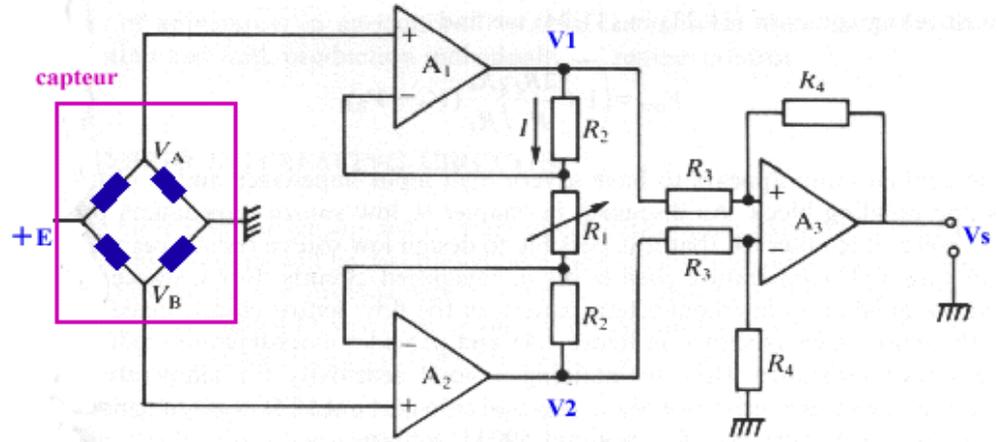
$$V_B - V_A = \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2 + x} \right) \right] E$$

$$V_B - V_A \cong \frac{x}{4} E$$

$$V_B - V_A \cong \frac{x}{4} E$$

$$i = \frac{V_1 - V_2}{R_1 + 2R_2}$$

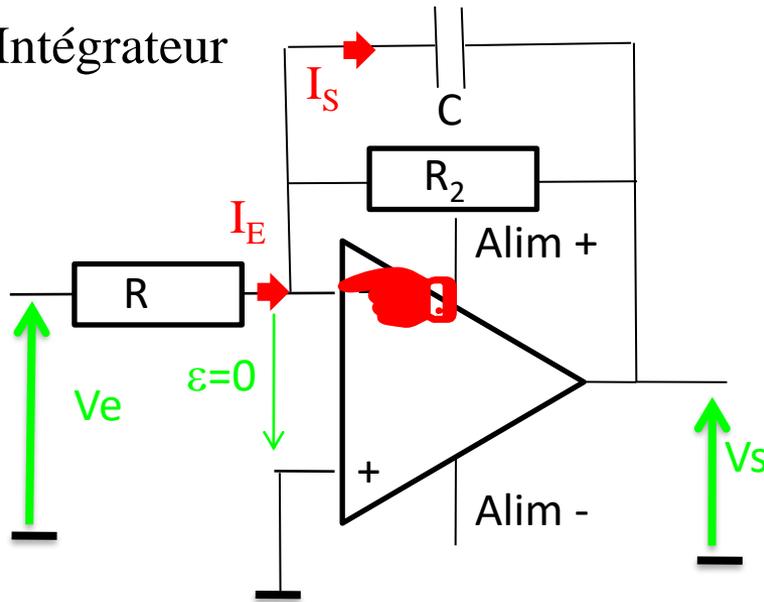
$$V_B - V_A = R_1 i = R_1 \frac{V_1 - V_2}{R_1 + 2R_2}$$



$$V_S = \frac{R_4}{R_3} (V_1 - V_2)$$

$$V_S = \frac{R_4}{R_3} \frac{(R_1 + 2R_2)}{R_1} \frac{x}{4} E$$

## 2-8 Intégrateur



Ce montage donne en sortie l'intégrale de l'entrée divisée par la constante de temps RC :

$$I_S = -C \frac{dV_S}{dt} \quad I_E = \frac{V_e}{R} \quad \text{Comme } I_S = I_E$$

$$V_S(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e(\tau) d\tau$$

Variante :  $I_S = -jC\omega V_S \quad I_E = \frac{V_e}{R}$

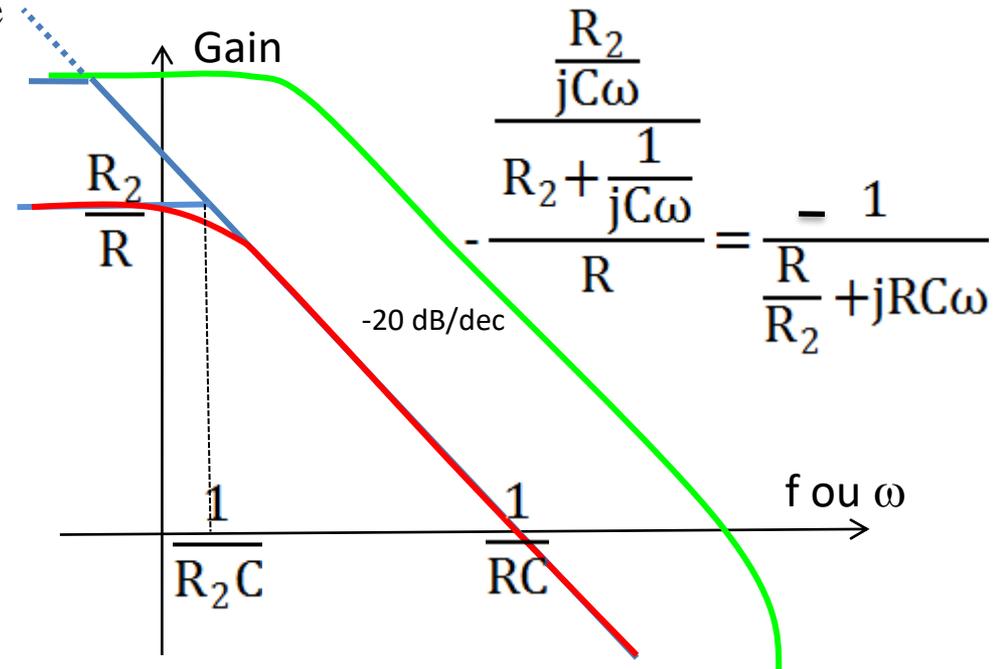
Comme  $I_S = I_E$   $V_S = -\frac{V_e}{jRC\omega}$

Rôle de  $R_2$  : Limiter le gain en boucle ouverte

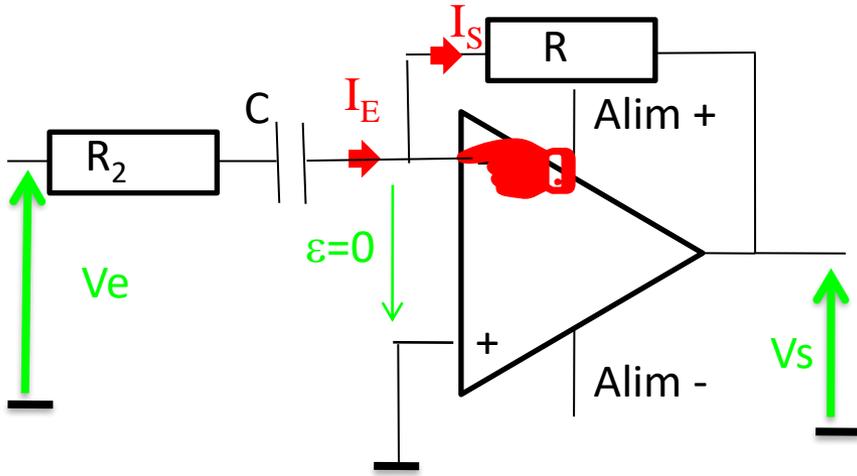
Gain d'un montage ampli inverseur est en  $-\frac{Z_2}{Z_1}$  soit  $-\frac{1}{jRC\omega}$  En continu,  $\omega=0$  et le gain est infini.

En fait, aux basses fréquences, l'ampli est en boucle ouverte. Sur le signal nul d'un GBF, il risque de partir en saturation, car il y a toujours un  $\epsilon$  de tension en entrée.

Pour limiter le gain on utilise  $R_2$ .



## 2-8 Dérivateur



Rôle de  $R_2$  : filtrer les oscillations

Le gain vaut :

$$-\frac{R}{R_2 + \frac{1}{jC\omega}} = -\frac{jRC\omega}{1 + jR_2C\omega}$$

C'est un passe haut

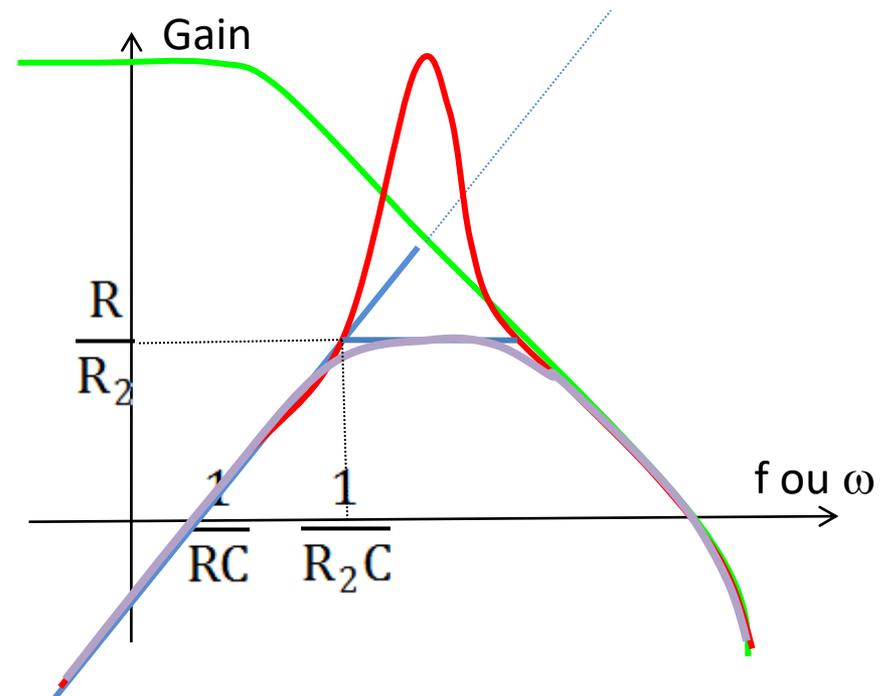
Ce montage donne en sortie la dérivée de l'entrée multipliée par la constante de temps  $RC$  :

$$I_E = C \frac{dV_e}{dt} \quad I_S = -\frac{V_S}{R} \quad \text{Comme } I_S = I_E$$

$$V_S = -RC \frac{dV_e}{dt}$$

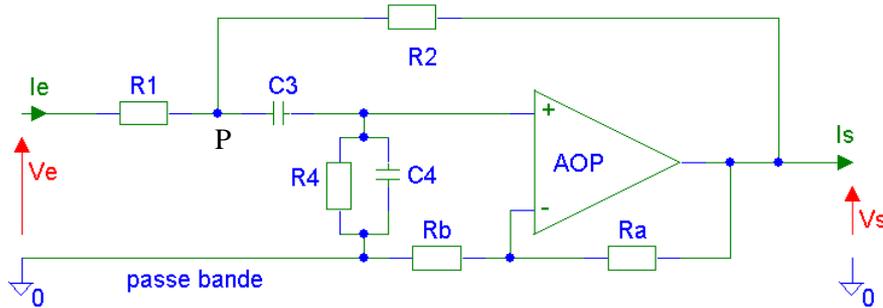
Variante gain en:  $-\frac{Z_2}{Z_1}$

$$V_S = -jRC\omega V_e$$



## 2- 9 Filtrage

Exemple : passe bande de Sallen Key



$$V_s \left( \frac{1}{2} \left( \left( 2C^2 p^2 + \frac{9Cp}{2R} + \frac{1}{R^2} \right) - C^2 p^2 \right) - \frac{Cp}{R} \right) = Cp \frac{V_e}{R}$$

$$V_s = \frac{2RCp}{1 + \frac{7RCp}{2} + R^2 C^2 p^2} V_e$$

Il s'agit bien d'un passe bande

Gain max dans la bande passante :  $4/7 = 0,572$

Pulsation propre :  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

Coefficient d'amortissement :  $z(\text{ou } m) = \frac{7}{4}$

Le facteur de qualité Q est de 2/7.

$$R_1 = R_2 = R, R_4 = 2R, C_3 = C_4 = C, R_a = R_b$$

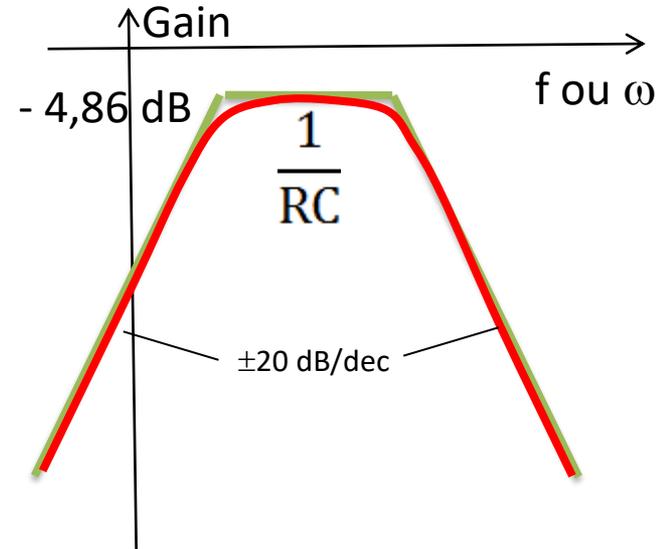
$$V^- = \frac{R_b}{R_a + R_b} V_s \quad V^+ \left( C_3 p + \frac{1 + R_4 C_4 p}{R_4} \right) = C_3 p V_P$$

$$V_P \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C_3 p \right) = \frac{V_e}{R_1} + \frac{V_s}{R_2} + C_3 p \frac{R_b}{R_a + R_b} V_s$$

$$\frac{R_b}{R_a + R_b} V_s = \frac{Cp}{\left( Cp + \frac{1 + 2RCp}{2R} \right) \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + Cp \right)} \left( \frac{V_e}{R} + \frac{V_s}{R} + Cp \frac{R_b}{R_a + R_b} V_s \right)$$

$$V_s \left( \frac{R_b}{R_a + R_b} \right) = \frac{Cp}{\left( 2Cp + \frac{1}{2R} \right) \left( \frac{2}{R} + Cp \right)} \left( \frac{V_e}{R} + \frac{V_s}{R} + Cp \frac{R_b}{R_a + R_b} V_s \right)$$

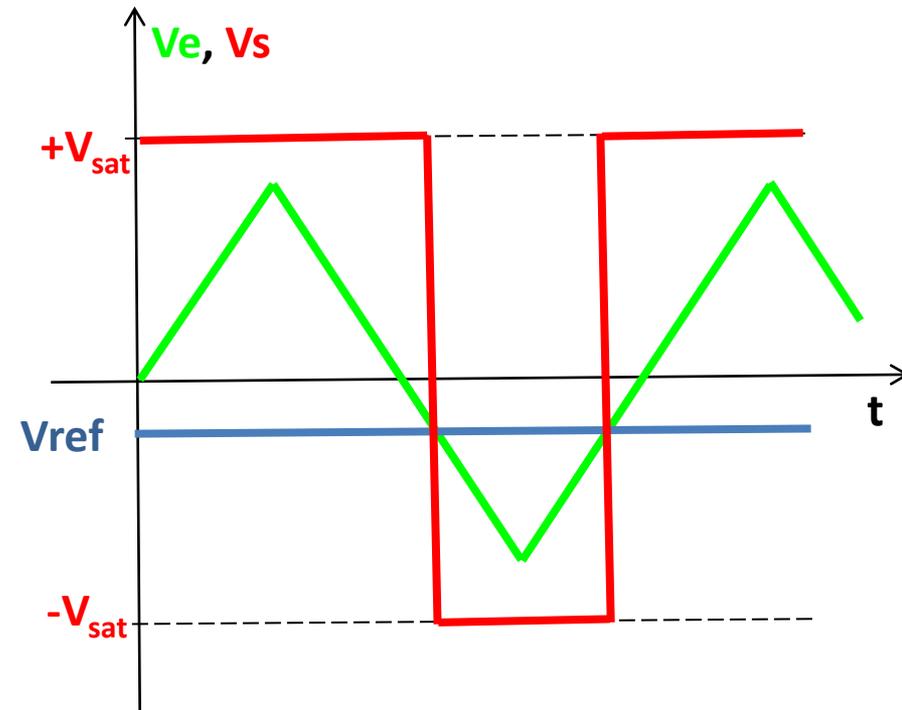
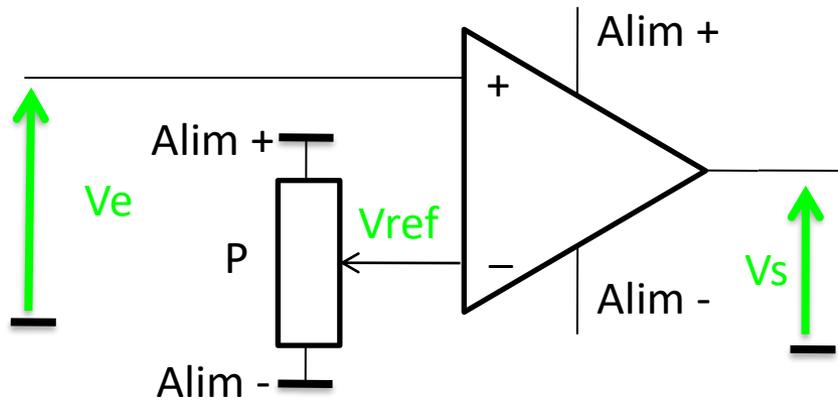
$$V_s \left( \frac{R_b}{R_a + R_b} \right) = \frac{Cp}{\left( 2C^2 p^2 + \frac{9Cp}{2R} + \frac{1}{R^2} \right)} \left( \frac{V_e}{R} + \frac{V_s}{R} + Cp \frac{R_b}{R_a + R_b} V_s \right)$$



# 3 – Applications non linéaires

## 3 - 1 Comparateur

L'amplificateur n'est plus contre réactionné

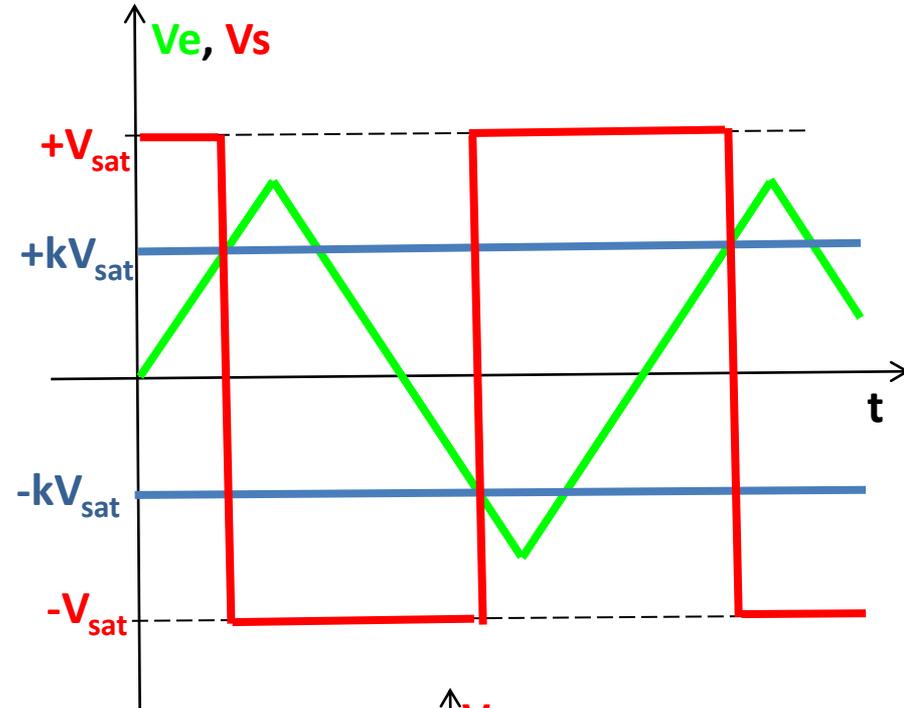
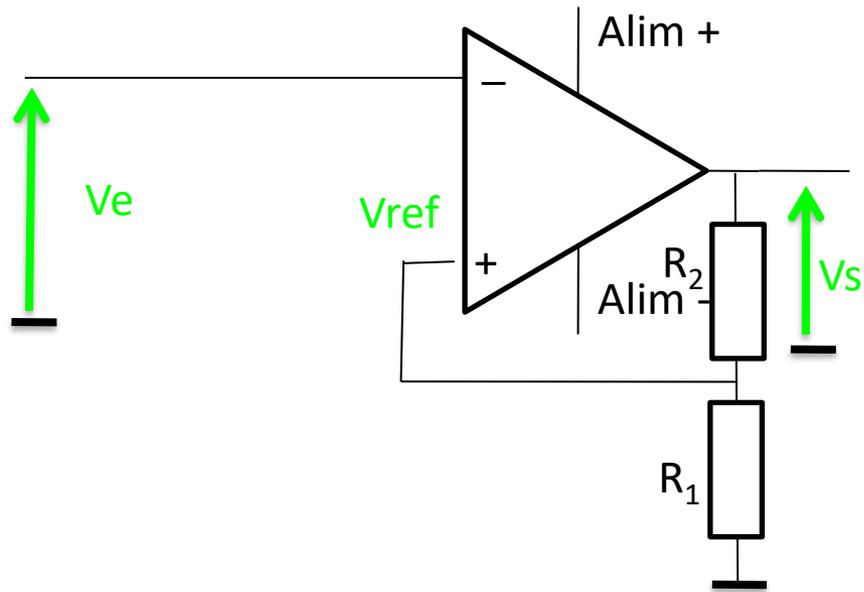


Les seules sorties possibles sont  $+V_{sat}$  et  $-V_{sat}$

Si  $V_e > V_{ref}$  alors  $V_s = +V_{sat}$

Si  $V_e < V_{ref}$  alors  $V_s = -V_{sat}$

### 3 - 2 Trigger de Schmidt



L'amplificateur n'est pas contre réactionné

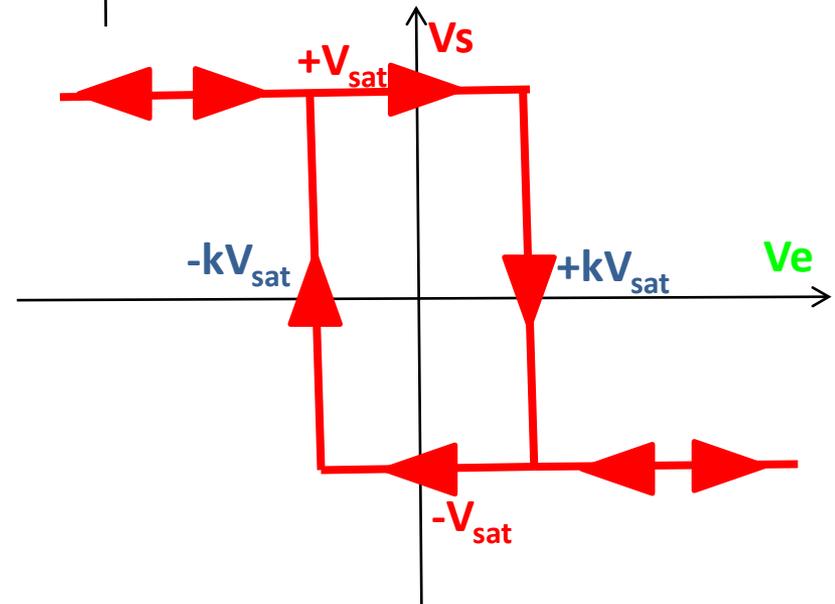
Les seules sorties possibles sont  $+V_{sat}$  et  $-V_{sat}$

Donc  $V_{ref}$  prend les valeurs  $+kV_{sat}$  et  $-kV_{sat}$

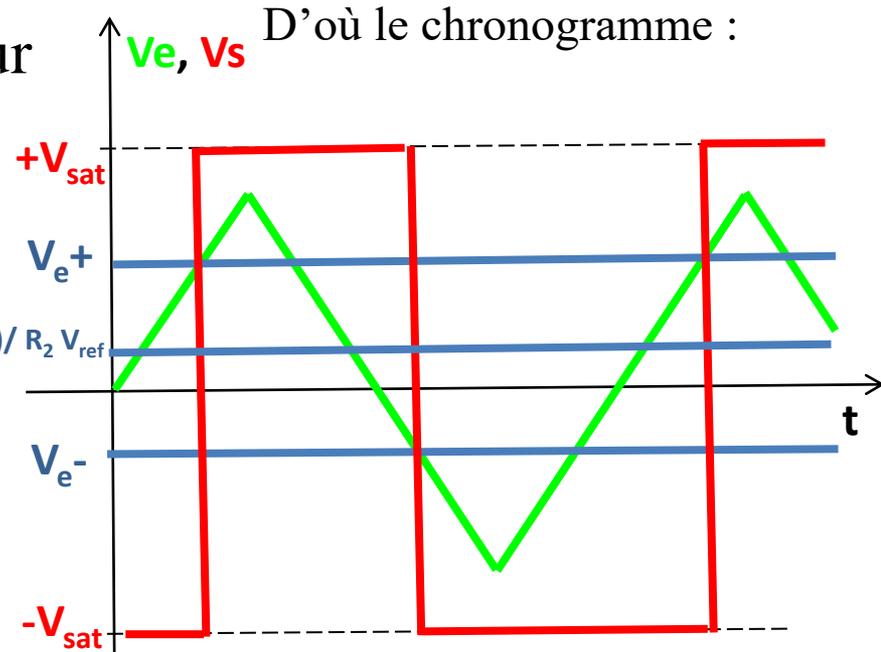
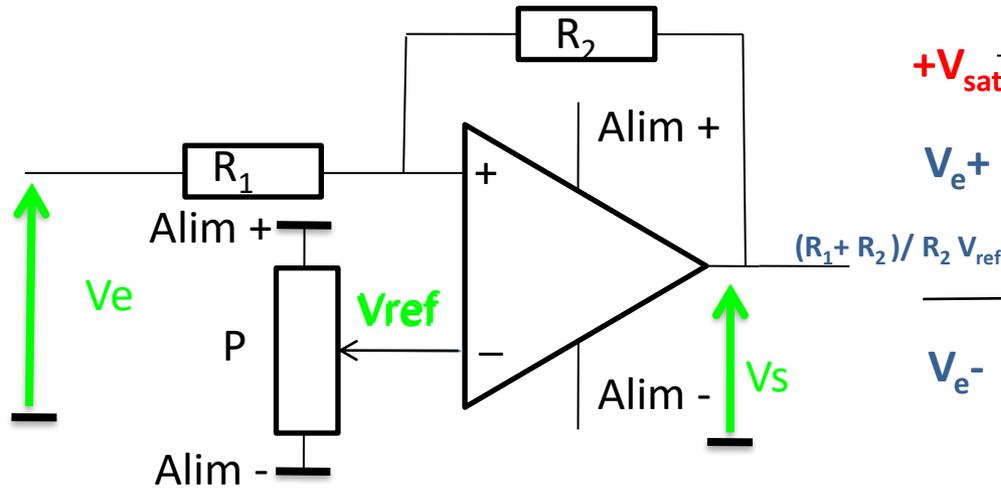
$$\text{Avec } k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

D'où le chronogramme :

Et la caractéristique d'entrée-sortie :



### 3 - 3 Trigger de Schmidt non inverseur



L'amplificateur n'est pas contre réactionné

Les seules sorties possibles sont  $+V_{sat}$  et  $-V_{sat}$

Donc  $V_+$  prend les valeurs :

Millman :

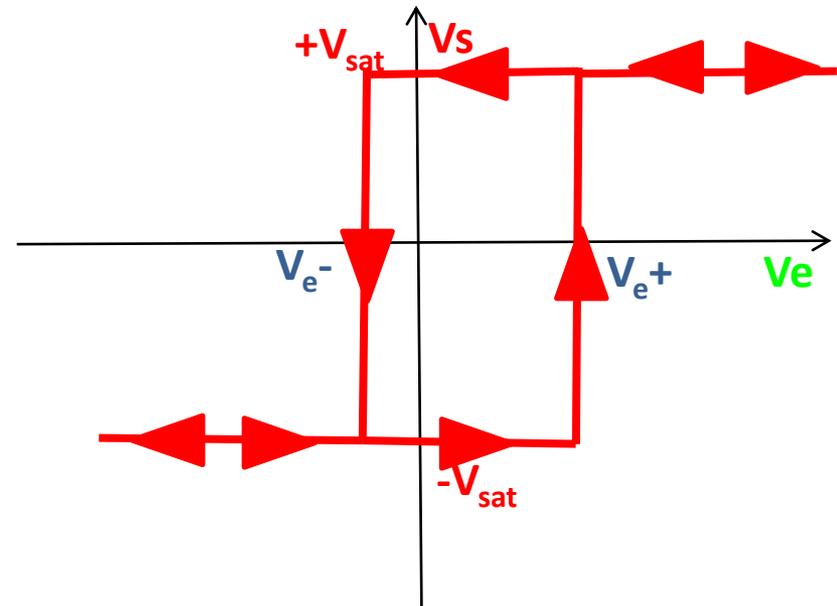
$$V_+ \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_e}{R_1} + \frac{\pm V_{sat}}{R_2}$$

$$V_+ = \frac{R_2 V_e}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 (\pm V_{sat})}{R_1 + R_2}$$

Les seuils de basculements sont donc :

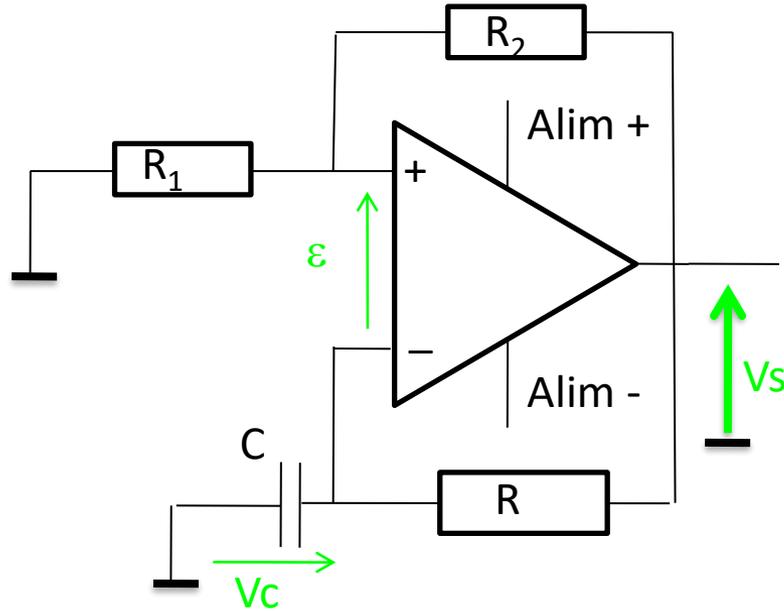
$$V_{e-} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{ref} - \frac{R_1}{R_2} (\pm V_{sat})$$

Et la caractéristique d'entrée-sortie :



### 3 - 4 Multivibrateur astable

(Oscillateur carré)



L'ampli est saturé.

En effet, supposons  $V_s \neq \pm V_{sat}$

C se charge à travers R jusqu'à  $V_s$

$V_+ = V_s [R_1 / (R_1 + R_2)] \neq V_- = V_s$  donc  $\varepsilon \neq 0$ .

Supposons  $V_s = V_{sat}$ , et C déchargée à  $t = 0$

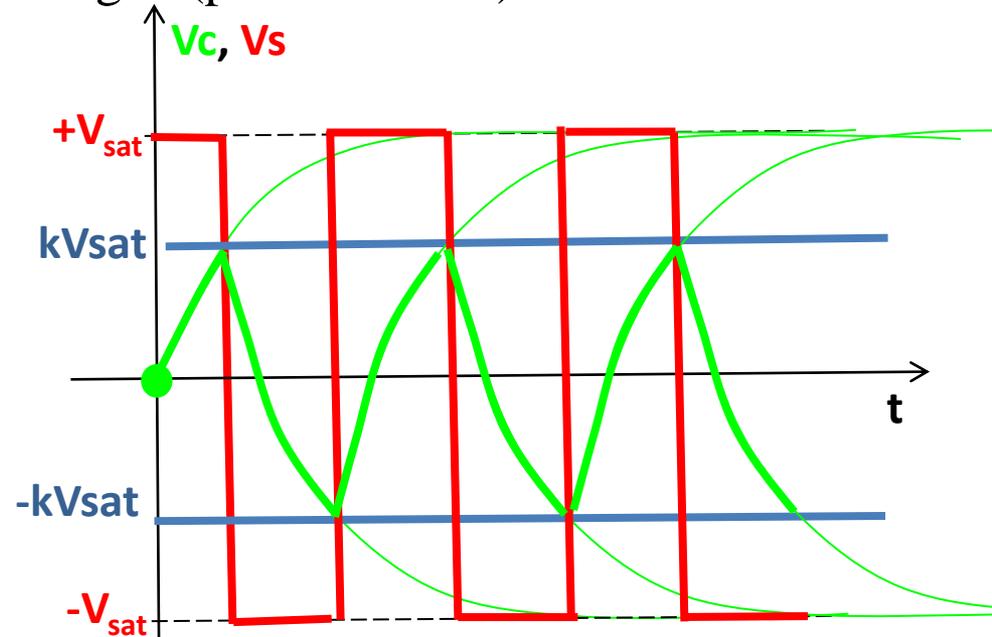
$V_+ = V_{sat} [R_1 / (R_1 + R_2)]$  et  $V_C$  part de 0V et tend vers  $V_s = V_{sat}$ .

Lorsque  $V_C = V_{sat} [R_1 / (R_1 + R_2)]$ ,  $\varepsilon$  change de signe (passe de + à -) et  $V_s = -V_{sat}$

$V_+$  prend la valeur  $-V_{sat} [R_1 / (R_1 + R_2)]$

Et C se décharge,  $V_C$  tend vers  $V_s = -V_{sat}$ .

Lorsque  $V_C = -V_{sat} [R_1 / (R_1 + R_2)]$ ,  $\varepsilon$  change de signe (passe de - à +) et  $V_s = +V_{sat}$



Période des oscillations :

$T/2$  correspond à la charge de C de  $-kV_{sat}$  à  $+kV_{sat}$  avec comme limite  $V_{sat}$ .

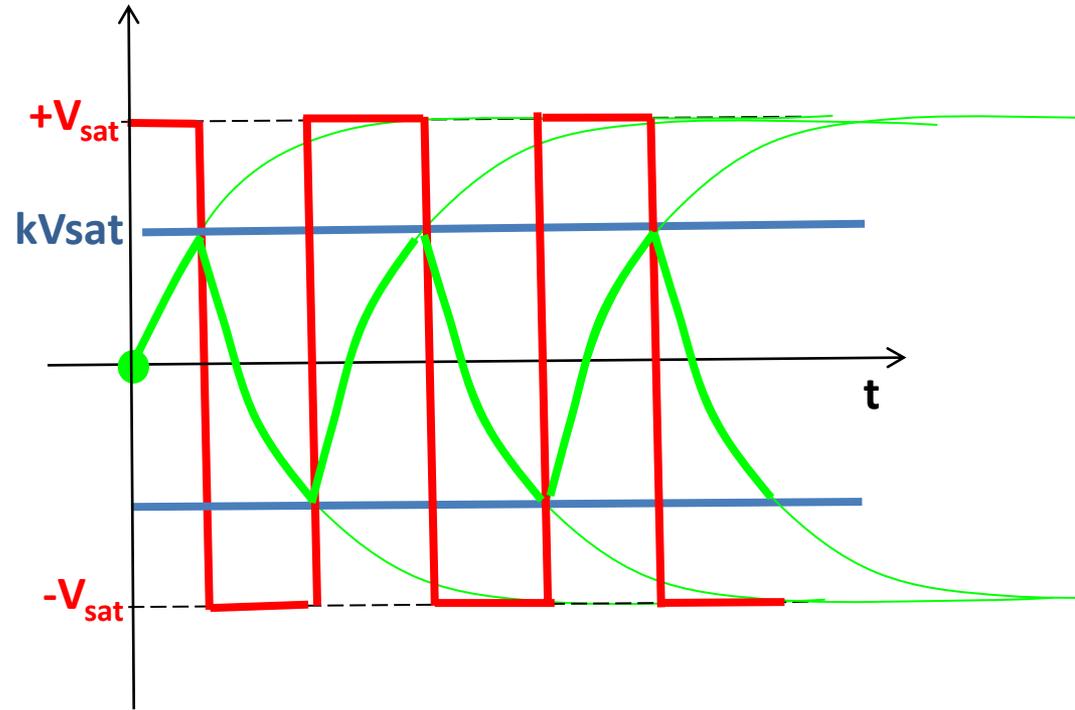
$$V_C = -kV_{sat} + ((1 + k)V_{sat}) \left[ 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right]$$

$$kV_{sat} = -kV_{sat} + ((1 + k)V_{sat}) \left[ 1 - e^{-\frac{T}{2RC}} \right]$$

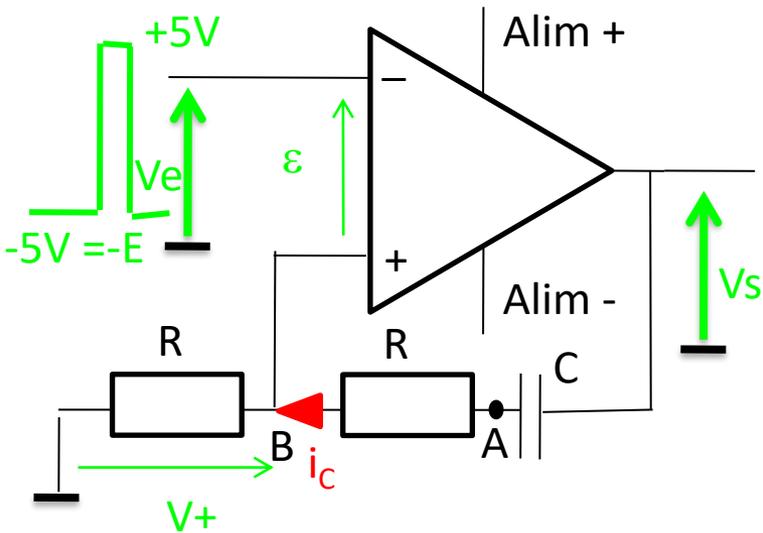
$$\frac{2k}{1+k} = \left[ 1 - e^{-\frac{T}{2RC}} \right]$$

$$\frac{1-k}{1+k} = e^{-\frac{T}{2RC}}$$

$$T = 2RC \ln \left[ \frac{1+k}{1-k} \right]$$



### 3 - 4 Monostable



Pas de contre-réaction :  $V_s = \pm V_{sat}$

A l'équilibre, C est chargée donc  $i_C = 0$

donc  $V_+ = 0$   $V_e = -5V$  donc :

Etat stable :  $V_s = +V_{sat}$

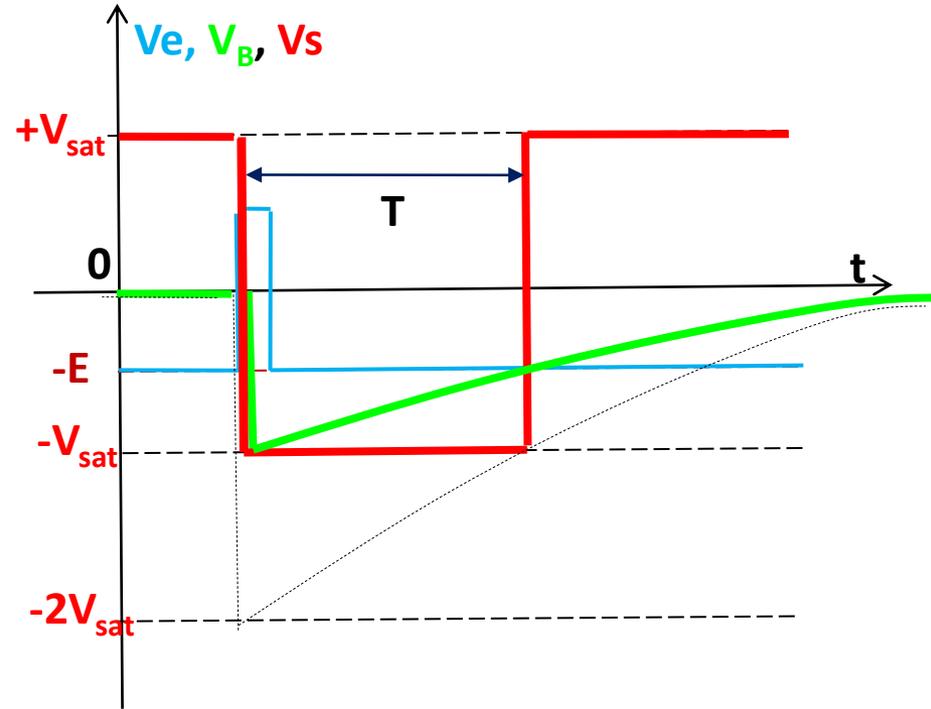
Sur le front montant de  $V_e$ ,  $\varepsilon$  devient négatif,  $V_s$  passe de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$ .

$V_A$  passe de  $0V$  à  $-2V_{sat}$  (continuité Aux bornes de C).

$V_+$  passe à  $-V_{sat}$  (pont diviseur par 2)  
C'est l'état instable.

$V_A$  se charge de  $-2V_{sat}$  et tend vers  $0V$ .

L'état instable dure jusqu'à  $V_B = V_A/2 = -E = -5V$ .



La durée T du monostable vaut :

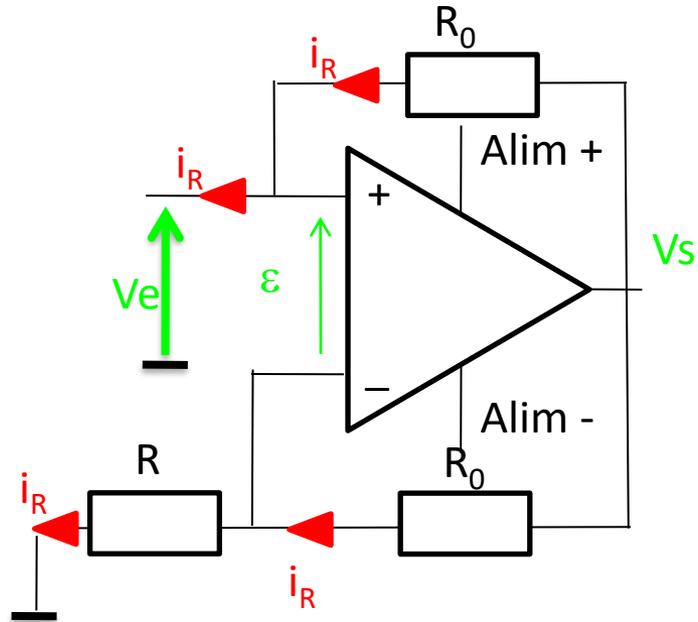
$$-V_{sat} + V_{sat} \left[ 1 - e^{-\frac{T}{RC}} \right] = -E$$

$$T = RC \ln \left( \frac{V_{Sat}}{E} \right)$$

## 4 – Autres montages

### 4 – 1- Oscillateur quasi-sinusoidal

#### 4 – 1- 1 Résistance (impédance) négative



Cette fois le montage est contre réactionné donc  $\varepsilon = 0$  et  $V_e = V_s$

Donc le courant dans  $R$  vaut :  $i_R = \frac{V_e}{R}$

Comme l'impédance d'entrée de l'AOP est infinie  $i_- = 0$  donc  $i_R$  circule dans  $R_0$  du bas.

La tension aux bornes des deux  $R_0$  vaut :  $V_s - V_e$  qui impose  $i_R$  en haut comme en bas.

Comme l'impédance d'entrée de l'AOP est infinie,  $i_+ = 0$  donc le courant à l'entrée du montage est un courant sortant :

$$i_e = -i_R = -\frac{V_e}{R}$$

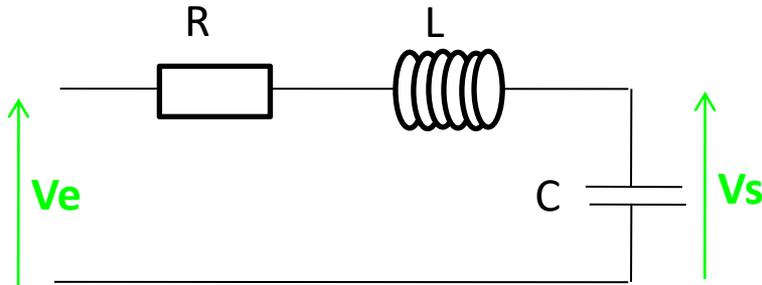
Tout se passe comme si on avait une résistance négative puisque,

$$V_e = -Ri_e$$

Avec une impédance quelconque  $Z$  :

$$V_e = -Zi_e$$

## 4 – 1- 2 Résonance d'un circuit RLC



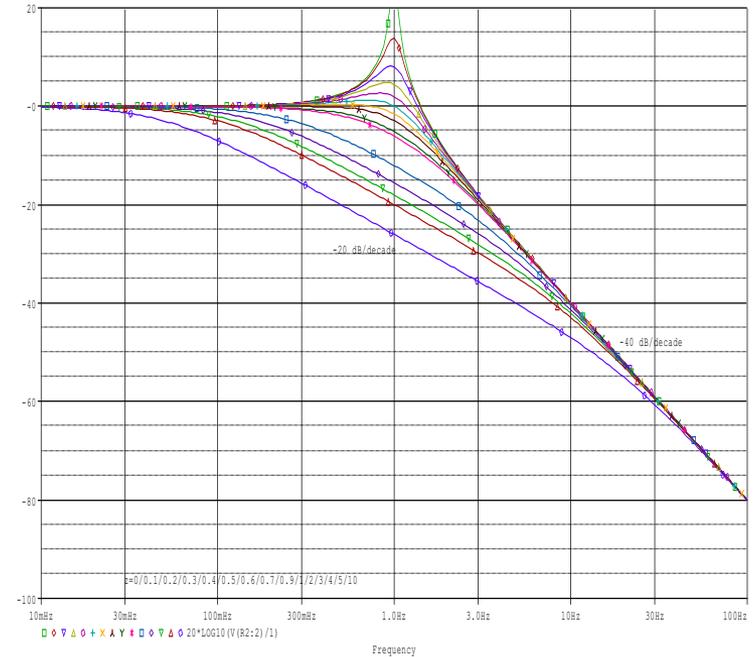
La fonction de transfert de ce système vaut :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

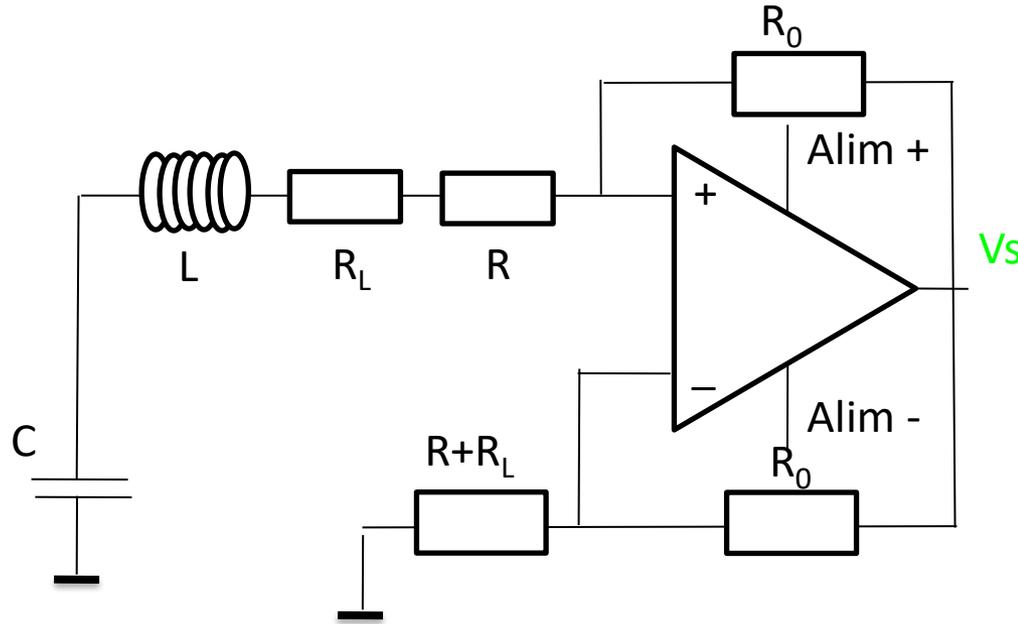
Si on trace l'évolution du gain G de cette fonction de transfert en fonction de  $\omega$  ou f, on obtient une courbe résonnante aux faibles valeurs de R.

Si  $R = 0$ , la fréquence propre  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

est amplifiée à l'infini.



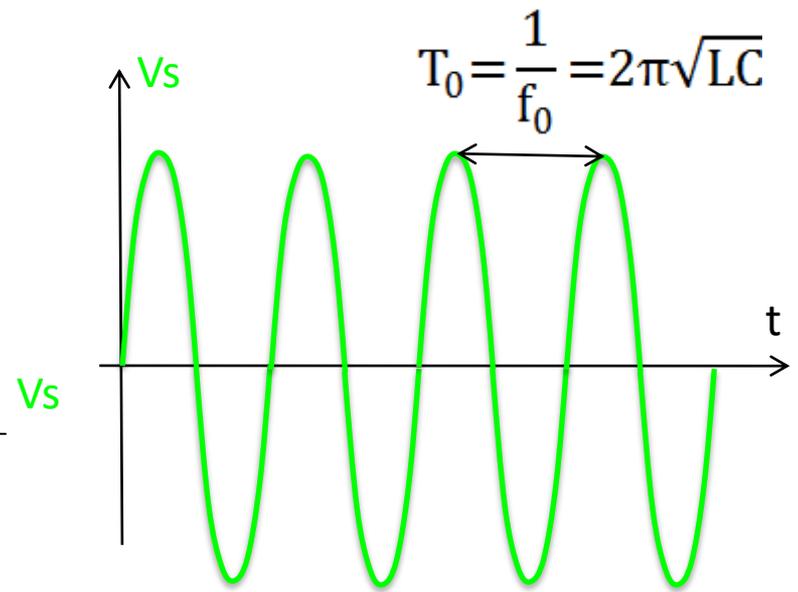
### 4 – 1- 3 – Oscillateur quasi-sinusoidal



La résistance négative compense la résistance totale du circuit RLC.

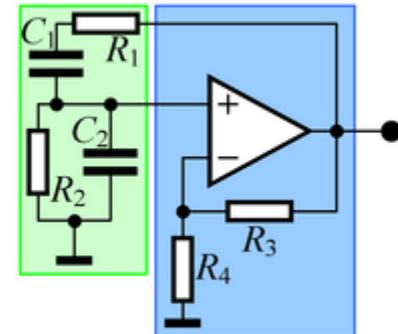
On devrait avoir une oscillation d'amplitude infinie.

La saturation de l'AOP limite ces oscillations à quelques volts.

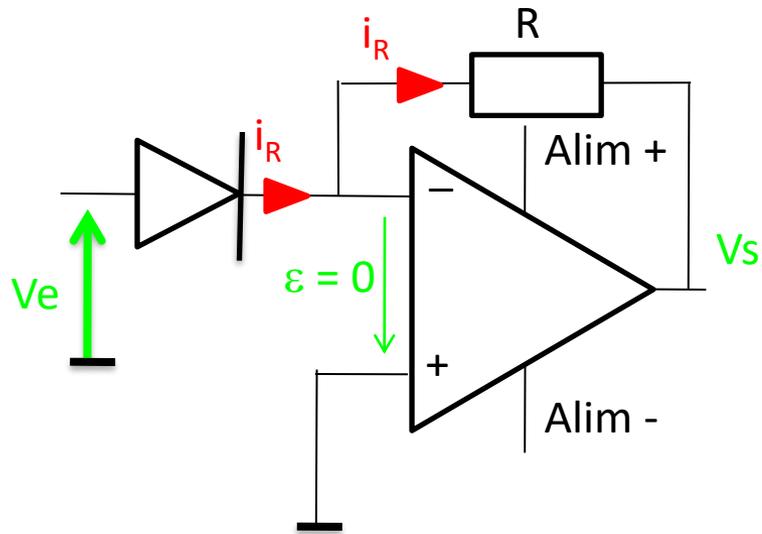


La non-linéarité de cette saturation déforme un peu le signal, d'où le nom de quasi-sinusoidal donné à ces oscillateurs.

D'autres montages de ce type existent, comme l'oscillateur à pont de Wien, ou les 3 cellules RC.



## 4 – 2- Amplificateur exponentiel



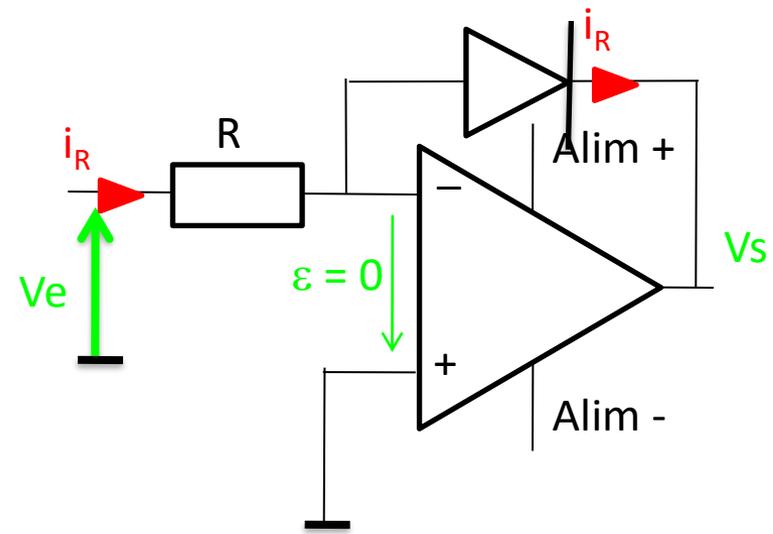
Dans la diode, circule un courant  $i_R$  (le même que dans R) tel que :

$$\text{Loi de Shockley : } i_R = I_s \left( e^{\frac{V_e}{U_T}} - 1 \right)$$

A partir de quelques mV, 1 est négligeable devant l'exponentielle.

$$V_s = -Ri_R = -RI_s e^{\frac{V_e}{U_T}}$$

## et logarithmique



Dans la diode, circule un courant  $i_R$  (le même que dans R) tel que :

$$\text{Loi de Shockley : } i_R = I_s \left( e^{\frac{-V_s}{U_T}} - 1 \right)$$

A partir de quelques mV, 1 est négligeable devant l'exponentielle.

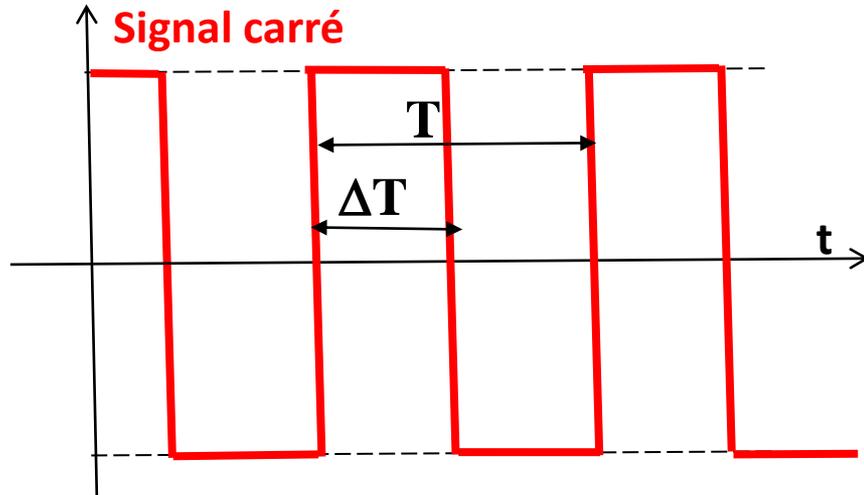
$$V_e = Ri_R = RI_s e^{\frac{-V_s}{U_T}}$$

$$V_s = -U_T \ln \frac{V_e}{RI_s}$$

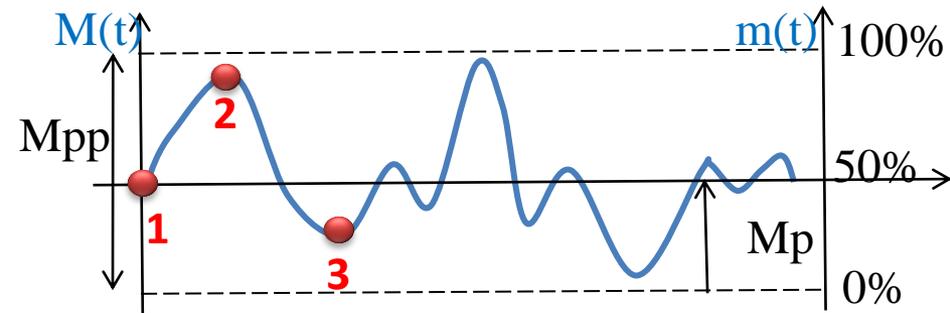
# 5 – Application : signal MLI

MLI : Modulation par Largeur d'Impulsion

On part d'un signal carré de période  $T$   
(porteuse de grande fréquence)

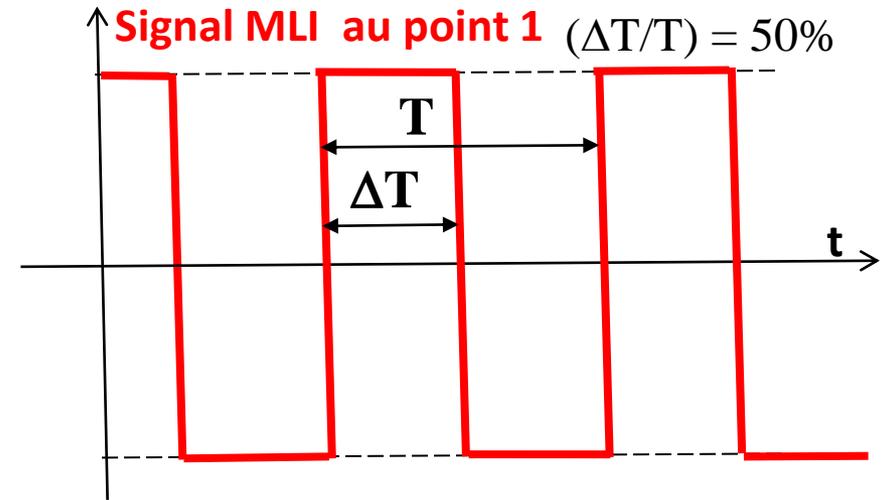


Le signal modulant  $M(t)$  basse fréquence est ramené à  $m(t) = (M(t)+M_p)/M_{pp}$  de 0 à 100%

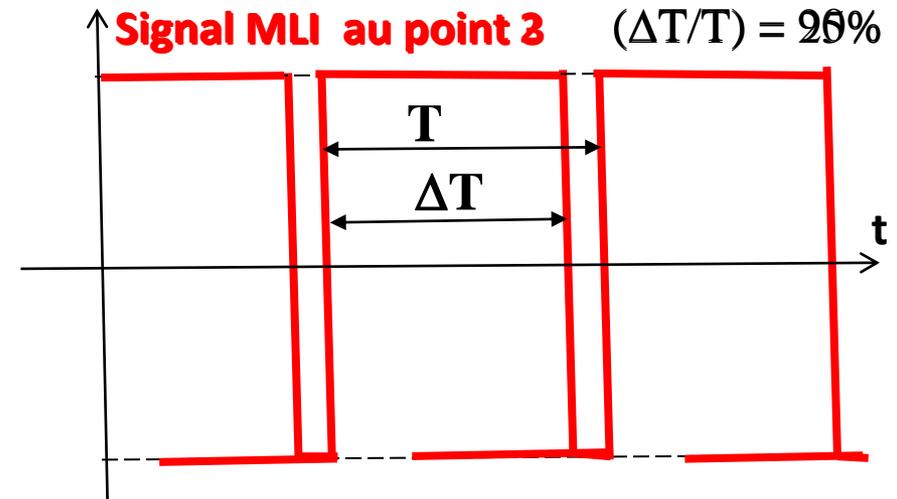


On prend un rapport cyclique  $(\Delta T/T) = m(t)\%$

Notre porteuse est inchangée au point 1:



Voici ce que l'on obtient au point 2:

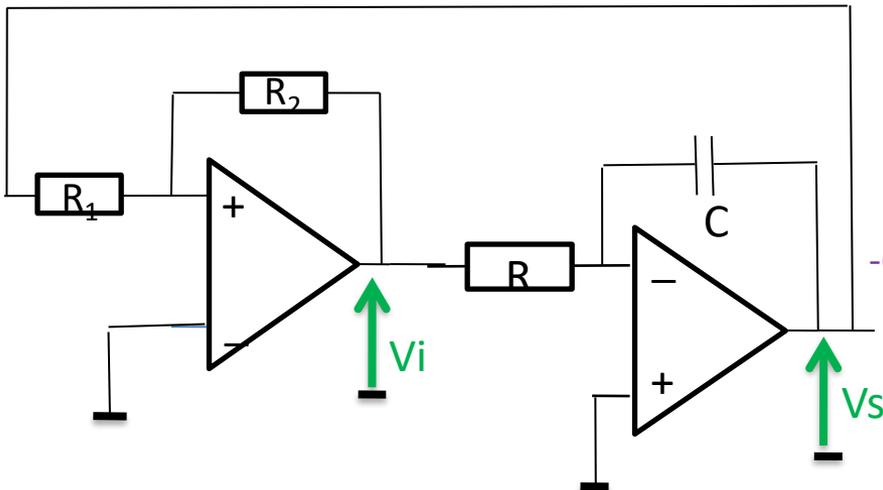


Démodulateur : Filtre passe bas.

## 5 – Application : signal MLI

On souhaite réaliser un signal carré de fréquence 10 kHz et de rapport cyclique réglable par la variation d'une tension de commande.

On va réaliser l'oscillateur triangulaire par un intégrateur rebouclé par un trigger de Schmidt .

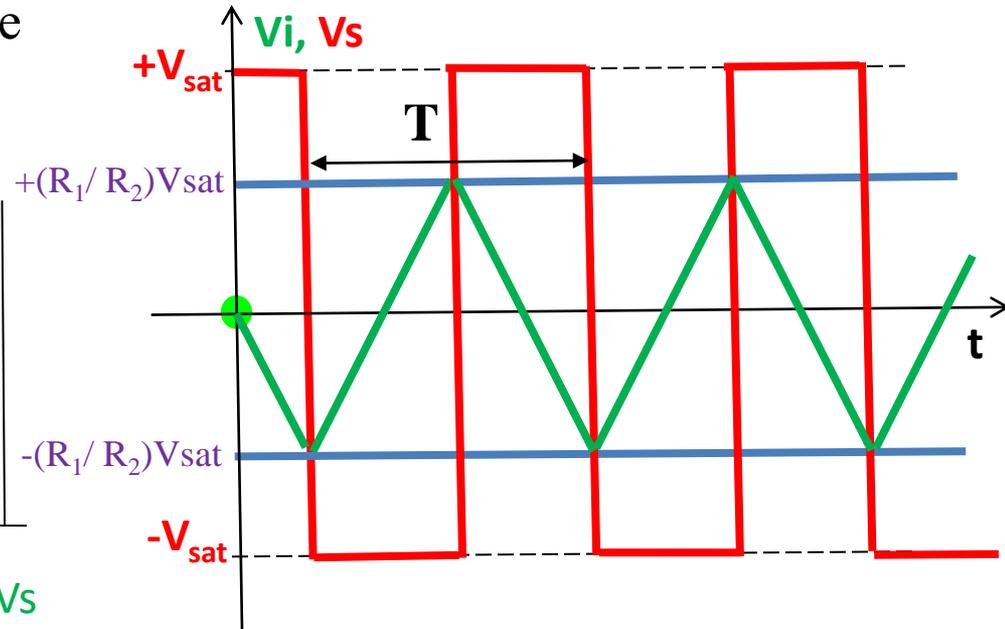


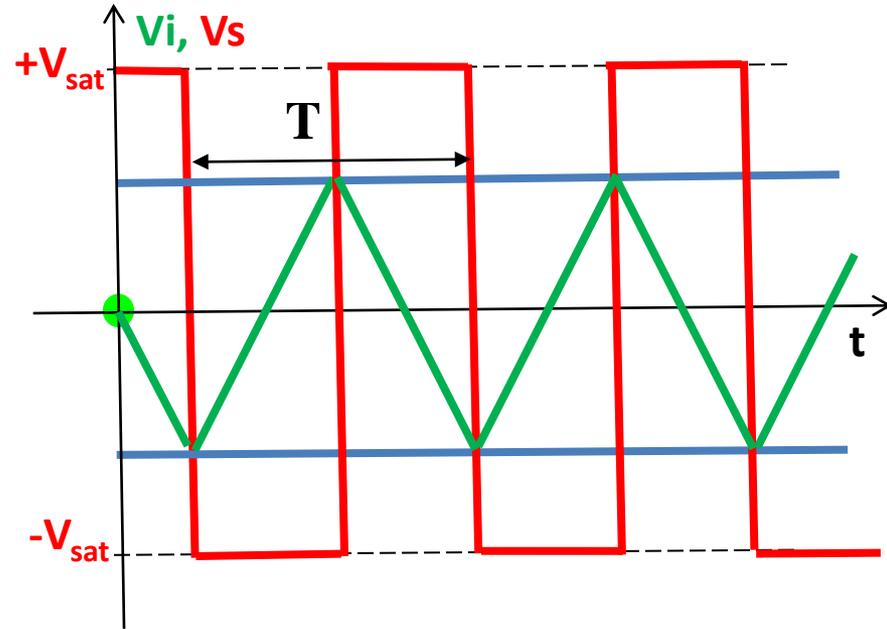
On a établi que : 
$$V_+ = \frac{R_2 V_e}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 \pm V_{sat}}{R_1 + R_2}$$

D'où les seuils : 
$$V_e^+ = -\frac{R_1}{R_2} (\pm V_{sat})$$

Si  $V_i = +V_{sat}$ , l'intégrateur inverseur fait décroître  $V_s$  en rampe jusqu'à atteindre  $-(R_1/R_2)V_{sat}$ .

$V_i$  bascule à  $-V_{sat}$ . L'intégrateur inverseur fait croître  $V_s$  en rampe jusqu'au seuil  $(R_1/R_2)V_{sat}$ , où  $V_i$  bascule à  $+V_{sat}$  et ainsi de suite.





Calcul de la fréquence :

La pente de  $V_i$  résulte de l'intégration de  $V_{sat}$  avec la constante de temps  $RC$

Soit :  $V_{sat}/RC$

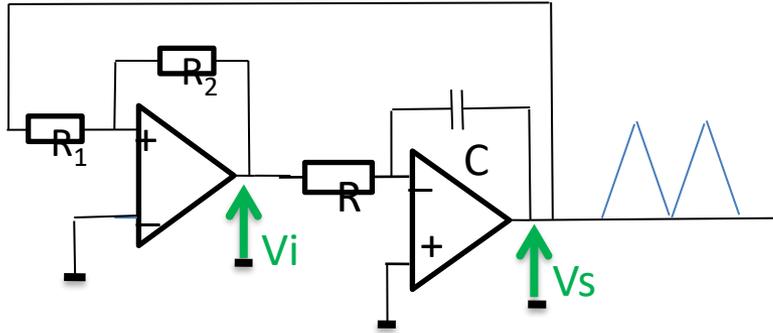
Elle parcourt  $2 (R_1/R_2)V_{sat}$  en  $T/2$

Donc  $(V_{sat}/RC)(T/2) = 2 (R_1/R_2)V_{sat}$

Soit  $T = 4(R_1/R_2)RC$  et  $f = R_2/(4R_1RC)$

## 5 – Application : signal MLI

Notre oscillateur délivre un signal triangulaire de fréquence  $f$ .



Nous allons entrer ce signal dans un comparateur. On s'arrange pour que la tension de commande varie de  $-(R_1/R_2)V_{sat}$  à  $+(R_1/R_2)V_{sat}$ . De la sorte, on aura une modulation de 0 à 100%.

La tension  $V_{ref}$  varie de  $-\frac{V_{alim}}{2R_0+P}P$  à  $\frac{V_{alim}}{2R_0+P}P$

Il faut donc :  $\frac{V_{alim}}{2R_0+P}P = (R_1/R_2)V_{sat}$

En sortie, on obtient :

