	TRAVAUX DIRIGES DE MECANIQUE HLME201 Mécanique du solide indéformable	
Licence 1ère année	Feuille 6 : Pèse-lettres	

On étudie le système pèse-lettres présenté figure 1 dans le repère fixe R$_0$ = $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ associé au bâti S$_0$. Ce système est composé de :

- un bâti S$_0$;
- un bras coudé S$_1$ (EOB) de repère associé R$_1$ = $(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$, à l'extrémité duquel est fixé une masselotte M centrée en E
- un ensemble {plateau + tige} S$_2$ (ABD) de repère associé R$_2$ = $(B,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, de masse m$_0$;
- une biellette S$_3$ (CA)

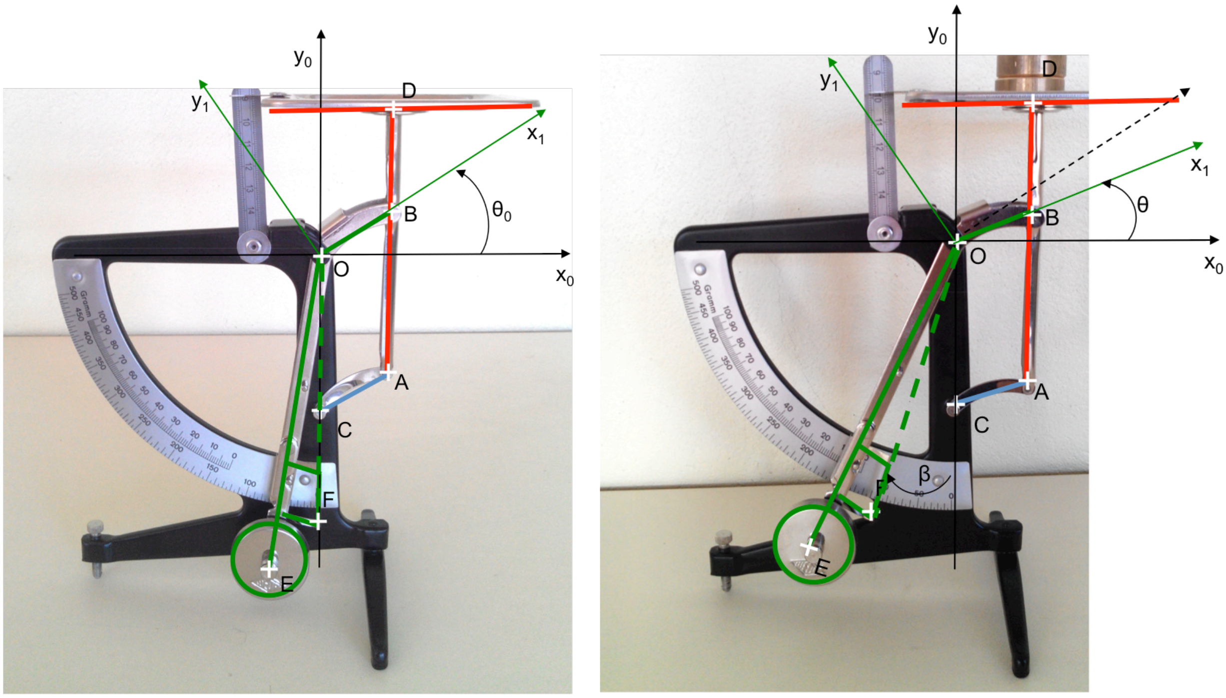

Figure 1 : pèse-lettres à vide (à gauche) et chargé (à droite)

Les pièces sont articulées de la façon suivante :

- pivot d'axe (B, $\overrightarrow{z_0}$) entre S$_1$ et S$_2$ (bras coudé / plateau+tige)
- pivot d'axe (A, $\overrightarrow{z_0}$) entre S$_2$ et S$_3$ (plateau+tige / biellette)
- pivot d'axe (O, $\overrightarrow{z_0}$) entre S$_1$ et S$_0$ (bras coudé / bâti)
- pivot d'axe (C, $\overrightarrow{z_0}$) entre S$_3$ et S$_0$ (biellette / bâti)

On suppose les liaisons parfaites entre les différentes pièces.

On note :

OB = CA = a CO = AB = b BD = c OE = e

On définit les angles suivants :

$\theta = (\widehat{\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}})$ $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OE}})$ $\beta = (\widehat{\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OF}})$

On remarque que les angles α et β sont négatifs et que les angles β et θ sont liés par la relation :

$\beta = \theta - \theta_0$ où θ_0 est la valeur de θ lorsque le système est à vide.

Lorsque le système est à vide, on considère uniquement la masse m_0 du plateau de S_2. Lors de la pesée, la masse m (à peser) est positionnée sur le plateau de S_2, il faudra donc considérer la masse totale ($m+m_0$).

I. ETUDE STATIQUE ANALYTIQUE

On cherche à écrire l'équation d'équilibre du système.

1. Isoler la pièce S_3 du système. Ecrire le bilan des actions mécaniques extérieures à S_3 puis appliquer le principe fondamental de la statique à S_3 dans le plan.
2. Isoler la pièce S_2 du système. Ecrire le bilan des actions mécaniques extérieures à S_2 puis appliquer le principe fondamental de la statique à S_2 dans le plan.
3. Isoler la pièce S_1 du système. Ecrire le bilan des actions mécaniques extérieures à S_1 puis appliquer le principe fondamental de la statique à S_1 dans le plan.
4. Résoudre le système d'équations obtenu pour en déduire l'équation d'équilibre du système en fonction de M, m_0, m, a, e, β, α et θ_0.
5. Ecrire la loi entrée/sortie du système sous la forme $m = f(M, m_0, a, e, \beta, \alpha, \theta_0)$.
6. Application numérique : M = 87g, m_0 = 50g, a = 35mm, e = 147mm, $\alpha = -7°$ et θ_0 = 28°. Ecrire la loi entrée/sortie pour la géométrie donnée.
7. A quelle variation de masse correspond une variation d'angle de -10° à partir de la position à vide ?
8. Le système étant « particulièrement sophistiqué », il permet une seconde position de la masselotte M à une distance OE = e' = 40 mm. Ecrire la nouvelle équation d'équilibre du système en fonction de M, m_0, m, a, e', β, α et θ_0.
9. Ecrire l'équation permettant d'obtenir la valeur de l'angle β_0 du système à vide dans cette configuration (= pour la masse m_0 uniquement) ?
10. On obtient numériquement $\beta_0 = -23°$ pour la position à vide. A quelle variation de masse correspond une variation d'angle de -10 ° à partir de la position à vide?
11. Comparer les masses obtenues aux questions I.7 et I.10. Que constatez-vous ?

II. ETUDE STATIQUE GRAPHIQUE

On choisit pour l'échelle des distances 1 cm sur le papier correspond à 1 cm réel et pour l'échelle des forces 1 cm sur le papier correspond à 0,5N.

1. On se place dans le cas où M est en position basse (OE = e = 147 mm). Tracer le système à l'équilibre dans la position $\beta = -38°$.
2. Evaluer graphiquement la masse m correspondant à cette position d'équilibre.
3. Comparer cette valeur à la valeur obtenue à l'aide de l'équation de la question I.6.
4. Evaluer graphiquement la masse m correspondant à cette même position d'équilibre lorsque la masselotte M est en position haute (OE = e' = 40 mm).
5. Comparer cette valeur à la valeur obtenue à l'aide de l'équation de la question I.8.
6. Considérons à nouveau la masselotte en position basse. Que se passe-t-il lorsque la masse m (question II.2) n'est pas placée au centre du plateau, mais est décalée de 40 mm sur la gauche ?
7. Evaluer graphiquement les efforts extérieurs à S_2 dans ce cas-là. On a b = 71mm, c = 43mm.
8. Le système est-il toujours à l'équilibre ? Que constate-t-on pour la biellette S_3 ?
9. Mêmes questions lorsque la masse est décalée de 40 mm sur la droite.