TP Algorithme Acceptation-Rejet

Jean-Michel Marin

On s'intéresse à la variable aléatoire X définie sur $\mathbb{R}$ de densité f telle que

$$f(x) \propto \tilde{f}(x)$$

$$\tilde{f}(x) = \left[= 0.7\exp(-x^2/2) + 0.3\exp(-x^2/2 + 7(x - 7/2))\right] .$$

Soit $c = \displaystyle\int_{\mathbb{R}} \tilde{f}(x)\mathrm{d}x$ et donc

$$f(x) = \frac{\tilde{f}(x)}{c} .$$

On souhaite générer un échantillon de densité f par acceptation-rejet en partant d'un échantillon généré sous une loi de densité g. Nous avons

$$\frac{\tilde{f}(x)}{g(x)} \leq \tilde{k} .$$

1 Parmi les propositions suivantes quels couples $(g, \tilde{k})$ sont valides ?

1. $\mathcal{N}(2.1, 3^2)$ et $\tilde{k} = 11$;
2. $\mathcal{S}\mathrm{t}(3)$ et $\tilde{k} = 300$;
3. $\mathcal{C}\mathrm{au}(0, 1)$ et $\tilde{k} = 40$.

2 Parmi les propositions suivantes quel couple $(g, \tilde{k})$ est le plus efficace en termes de nombres de simulation ?

1. $\mathcal{N}(2.1, 3^2)$ et $\tilde{k} = 11$;
2. $\mathcal{S}\mathrm{t}(3)$ et $\tilde{k} = 300$;
3. $\mathcal{C}\mathrm{au}(0, 1)$ et $\tilde{k} = 40$.

3 On choisit finalement d'utiliser pour g une loi $\mathcal{N}(2.1, 3^2)$ avec $\tilde{k} = 11$. En utilisant ce couple $(g, \tilde{k})$ simuler 100000 réalisations indépendantes suivant f. Evaluer le taux d'acceptation. En déduire une valeur approchée de la constante de normalisation c.