UNIVERSITE DE MONTPELLIER

FACULTE DES SCIENCES

Session 1	
Date :18/05/2018	Durée de l'épreuve : 2h
Master	Documents autorisés : 1 feuille Recto Verso, formulaire
Mention : Mathématique	Matériels autorisés : néant
Libellé et code de l'ue : Notions de mécanique pour les mathématiciens(HMMA214)	

Rédiger les parties "mécanique des solides" et "mécanique des fluides" sur des copies séparées.

Mécanique des solides

Mécanique des fluides

Ecoulement dans une conduite de section quelconque.

Soit S un domaine borné de $\mathbb{R}^2$. Soit $D = S \times \mathbb{R} = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3;\ (x_1, x_2) \in S\}$ le cylindre droit de section S et de génératrice parallèle à l'axe (Ox_3), supposé horizontal. Cf figure. On considère un fluide newtonien homogène visqueux et incompressible remplissant D. On suppose que le fluide est en *écoulement stationnaire* et que les lignes de courants sont parallèles à (Ox_3). Ainsi on pose $u = (0, 0, w)$ le vecteur vitesse de l'écoulement. Soit p la pression, μ la viscosité dynamique et ρ la densité supposée constante. On néglige l'influence de la gravité. On suppose que le fluide adhère à la paroi.

1. Ecrire les équations régissant l'écoulement et précisez les conditions limites.
2. Montrer que w ne dépend que de (x_1, x_2).
3. Montrer que p ne dépend que de x_3.
4. Montrer que $\frac{dp}{dx_3}$ est constante. On donne la chute de pression par unité de longueur $\frac{p(0)-p(L)}{L} = C$. Déterminer la pression (à une constante près).

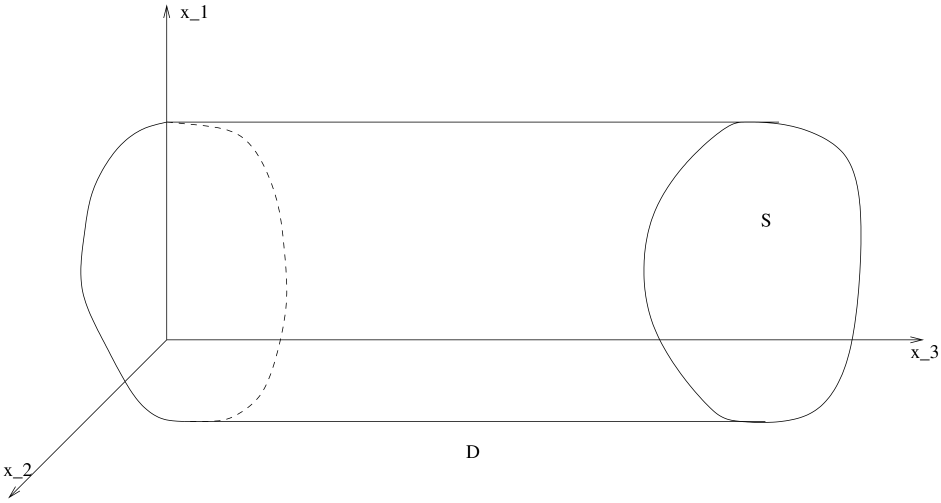

Figure 1: Le cylindre D de section S

5. Montrer que w est solution d'un problème de Dirichlet que l'on précisera. Montrer brièvement que ce problème de Dirichlet a une solution unique (par la méthode de votre choix).

6. On suppose dans cette dernière question que S est le disque de centre $O = (0,0,0)$ et de rayon R. Exprimez complètement $w(x_1, x_2)$ en fonction des paramètres C, μ, R. *Indications*: On pourra poser $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. On rappelle que le laplacien d'une fonction ϕ ne dépendant que de r s'écrit:

$$\Delta\phi(r) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\phi}{dr}\right).$$