

## I. Présentation du système

Le système étudié est un pèse-lettres mécanique qui est utilisé à peser les lettres et autres courriers postaux, afin de déterminer le tarif d'affranchissement. Ce système est généralement utilisé dans un bureau.



Figure 1 : Photo d'un pèse-lettres mécanique.



Figure 2 : Pesée de document grâce au pèse-lettres.

## II. Analyse cinématique

On étudie le mouvement des pièces du pèse-lettres ainsi décrit dans le repère fixe  $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  :

- un bâti  $S_0$
- un bras coudé  $S_1 = EOB$  à l'extrémité de laquelle est fixée une masselotte, en E ainsi qu'un repère pour lire la graduation en F
- un plateau + tige  $AD = \text{solide } S_2$
- une biellette  $AC = \text{solide } S_3$

Les figures 3 et 4 présentent le système dans la situation « à vide » et dans la situation « chargée ».

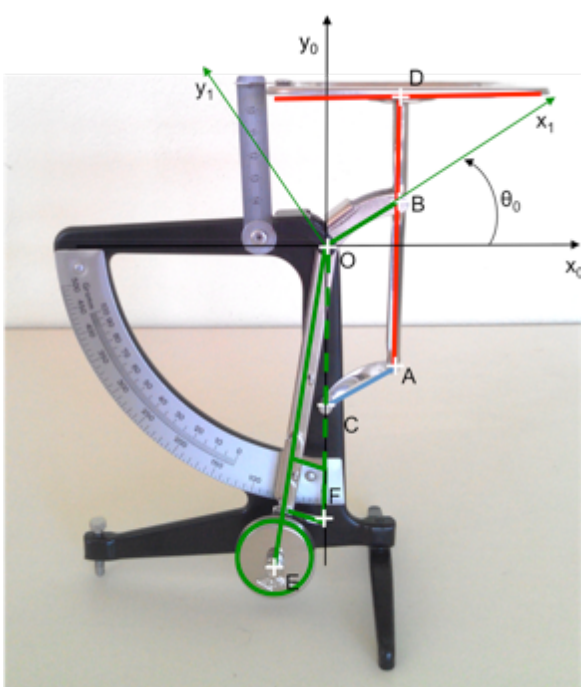


Figure 2 : pèse-lettres à vide

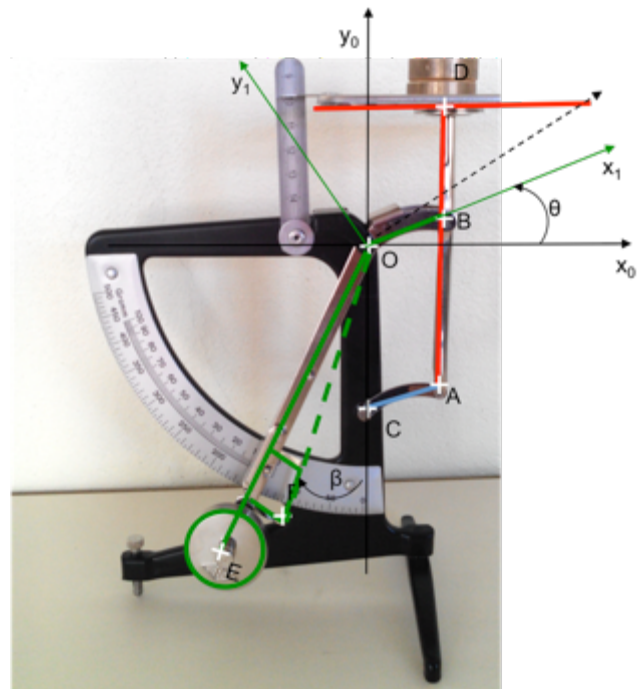


Figure 3 : pèse-lettres chargé



Les pièces sont articulées de la façon suivante :

- pivot d'axe (B,  $\mathbf{z}_0$ ) entre  $S_1$  et  $S_2$  (bras coudé / plateau+tige)
- pivot d'axe (A,  $\mathbf{z}_0$ ) entre  $S_2$  et  $S_3$  (plateau/tige / biellette)
- pivot d'axe (O,  $\mathbf{z}_0$ ) entre  $S_1$  et  $S_0$  (bras coudé / bâti)
- pivot d'axe (C,  $\mathbf{z}_0$ ) entre  $S_3$  et  $S_0$  (biellette / bâti)

Caractéristiques géométriques :

On note  $a = OB = CA$        $b = CO = AB$        $BD = c$

$OE = e$  (position basse de la masselotte) ou  $OE = e'$  (position haute de la masselotte)

Le repère de lecture des graduations est vertical à vide (dans ce cas,  $\overrightarrow{OF} \parallel \overrightarrow{y_0}$ ),  $\alpha = (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OE})$

On note  $\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$  et  $\beta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OF})$

## II.1 Etude géométrique

1. Combien faut-il de paramètres pour décrire le mouvement du système ?
2. Parmi les angles  $\alpha, \theta, \beta$  indiquer le.s angle.s fixe.s et le.s angle.s variable.s ?
3. Quel est le signe de l'angle  $\theta$  ? le signe de l'angle  $\beta$  ?
4. Le système est représenté dans 2 positions sur les figures 3 et 4. La position de la figure 3 correspond à la position à vide du système. On appelle  $\theta_0$  la valeur de l'angle  $\theta$  correspondant à cette position. Exprimer l'angle  $\beta$  en fonction de  $\theta_0$  et  $\theta$ .
5. Exprimer  $\overrightarrow{OD}$  en fonction de  $a, c$  et  $\theta$  dans le repère  $R_0$ .
6. On souhaite trouver la relation entre le déplacement vertical du point D entre la position à vide et la position chargée, noté  $u$  et l'angle  $\beta$ . Exprimer la composante suivant  $\overrightarrow{y_0}$  de  $\overrightarrow{OD}$  pour la position à vide, puis pour la position chargée. En déduire  $u$  en fonction de  $\beta$  et des caractéristiques géométriques du système.

## II.2 - Etude cinématique analytique

On attache le repère  $R_1(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$  au solide  $S_1$ .

1. Exprimer  $\vec{\Omega}(S_1/R_0)$ .
2. Calculer la vitesse du point B de  $S_1$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ , repère lié au bâti,  $\vec{V}(B \in S_1/R_0)$ .
3. Exprimer  $\vec{\Omega}(S_3/R_0)$ .
4. Calculer la vitesse du point A de  $S_3$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ , repère lié au bâti,  $\vec{V}(A \in S_3/R_0)$ .
5. Exprimer la relation du torseur cinématique reliant les vitesses des points A et B de  $S_2$  dans leur mouvement par rapport à  $R_0$ .
6. En déduire  $\vec{\Omega}(S_2/R_0)$ . Comment appelle-t-on le mouvement de  $S_2$  par rapport à  $R_0$ ?
7. Calculer  $\vec{V}(D \in S_2/R_0)$ .



### II.3 - Etude cinématique graphique

On considère que  $\dot{\theta} = -1$  rad/s. On choisit comme échelle des distances 1 cm réel correspond à 0,5 cm sur le dessin et comme échelle des vitesses, 1cm/s réel correspond à 0,5 cm sur le dessin.

On mesure :

$$OB = AC = a = 35 \text{ mm}$$

$$B = OC = AB = 72 \text{ mm}$$

$$OE = 147 \text{ mm}$$

On mesure  $\alpha = -7^\circ$ , et  $\theta_0 = 28^\circ$

1. Tracer les points caractéristiques du système, en respectant l'échelle considérée, dans la position  $\theta = -10$  degrés.
2. Calculer la vitesse du point B de  $S_1$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$   $\vec{V}(B \in S_1 / R_0)$  et la tracer sur le schéma.
3. Tracer le champ des vitesses de  $S_1 / R_0$ .
4. En utilisant la propriété d'équiprojectivité dans le solide  $S_1$ , tracer la vitesse du point E de  $S_1$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$   $\vec{V}(E \in S_1 / R_0)$ .
5. Mesurer ce vecteur et en déduire la valeur numérique de la norme de  $\vec{V}(E \in S_1 / R_0)$ .
6. Tracer le champ des vitesses du solide  $S_3$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ .
7. Tracer le champ des vitesses du solide  $S_2$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ .