

Feuille d'exercices 10
DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS : PREMIERS PAS

Pour désigner un "développement limité à l'ordre n ", on utilisera l'abréviation " DL_n ".

1 - EXERCICES D'ÉCHAUFFEMENT

Exercice 1. Donner les DL_2 , DL_4 , DL_{10} et DL_{2018} en 0 de $f(x) = x^{58} + 2x^{12} + 5x^{10} + x^3$.

Exercice 2. Donner les DL_n en 0 des fonctions e^x , $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\frac{1}{1-x}$, $(1+x)^\alpha$ et $\ln(1+x)$.

Exercice 3. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Jusqu'à quel ordre la fonction x^α admet-elle un développement limité en 0 ?

Exercice 4. Montrer que si f est une fonction paire (resp. impaire), alors les termes impairs (resp. pairs) de ses DL en 0 sont nuls.

2 - EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Exercice 5. Sommes de DL.

- (a) Donner le DL_5 en 0 de $\frac{1}{1+x} + \sqrt[3]{1+x}$.
- (b) Donner le DL_7 en 0 de $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.
- (c) Donner le DL_8 en 0 de $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

Exercice 6. Produits de DL.

- (a) Donner le DL_3 en 0 de $\cos(x) \ln(1+x)$.
- (b) Donner le DL_6 en 0 de $(1 - \cosh(x)) \sin(x)$.
- (c) Donner le DL_8 en 0 de $\sqrt{1+x^2} \ln(1+x^3)$.

Exercice 7. En posant $y = x - 2$, donner les DL_4 en 2 des fonctions e^x , $(1+x)^\alpha$ et $\ln(1+x)$.

Exercice 8. Donner le DL_5 en $\frac{\pi}{3}$ de $\cos x$.

Exercice 9.

- (a) Montrer que $\tan'(x) = 1 + \tan(x)^2$, puis en déduire que $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
- (b) En déduire un DL en 0 à tout ordre de \arctan .
- (c) Montrer que $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, puis en déduire un DL en 0 à tout ordre de \arcsin .