

NOM :

GROUPE :

NOTE :

/2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $2\cos^2(x) - 3\sin(x) - 3 = 0$ (0.5 pt)

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \text{eq: } -2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0$$

$$\text{On pose } u = \sin x \Rightarrow -2u^2 - 3u - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 \quad u_1 = -1 = \sin x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{11}{2} [2\pi]$$

$$u_2 = -\frac{1}{2} = \sin x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} [2\pi]$$

$$\text{Donc } S = \left\{ \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\} [2\pi] \text{ ou } \left\{ -\frac{\pi}{2}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6} \right\} [2\pi]$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$ (0.5 pt)

$$\text{équivalent à } R\cos(x-\varphi) = 1$$

$$\text{avec } R = \sqrt{4} = 2$$

$$\cdot \cos(\varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{6}$$

$$\cdot \sin(\varphi) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Donc } \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

$$\text{et } 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = \left\{ \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2} \right\} [2\pi]$$

3. Etablir l'identité suivante en précisant son domaine de validité, $\frac{\tan^2 x + 1}{\tan x} = \frac{2}{\sin 2x}$ (0.5 pt)

équivalent à $\tan(x) + \frac{1}{\tan(x)}$

$$= \frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \frac{\sin^2(x) + \cos^2(x)}{\cos(x)\sin(x)} = \frac{2}{\sin(2x)}$$

4. Calculer $I = \int_0^{\pi/4} \cos^2(2x) dx$ (0.5 pt)

$$I = \int_0^{\pi/4} \frac{1 + \cos(4x)}{2} dx$$
$$= \frac{1}{2} \left[x + \frac{\sin(4x)}{4} \right]_0^{\pi/4} = \frac{\pi}{8} = I$$