

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER
FACULTÉ D'ÉCONOMIE
Année universitaire 2025-2026 - EXAMENS

Année d'étude : Master 1
Matière : Théorie des jeux
Semestre : 1
Coefficient :

Enseignant : Mickael Beaud
Durée : 2h
Session : 1

Documents autorisés non
Dictionnaires autorisés pour les étudiants non francophones oui
Calculatrices non programmables autorisées non

L'utilisation du téléphone portable durant les épreuves est formellement interdite.

Question 1 (10pts) : L'équilibre de Nash dans les jeux statiques à information complète.

Question 2 (10pts) : Résoudre le jeu « bière ou quiche ».

Considérez le jeu dynamique à information incomplète et actions observables représenté sur la Figure 1. Ce jeu peut être interprété comme suit. On considère deux joueurs, le joueur 1 et le joueur 2. Il existe une asymétrie d'information concernant le type du joueur 1. Le joueur 1 connaît parfaitement son propre type. Par contre le joueur 2 sait seulement que le joueur 1 est soit de type fort, soit de type faible. Face à cette incertitude, le joueur 2 pense que la probabilité que le joueur 1 soit fort vaut p (et que la probabilité qu'il soit faible vaut $1 - p$). On suppose $p=0,9$.

Quel que soit son type, fort ou faible, le joueur 1 est confronté au joueur 2. Le joueur 1 ne peut pas prouver au joueur 2 qu'il est fort ou qu'il est faible, mais il peut cependant lui envoyer un « signal ». En imaginant que le jeu se déroule dans une brasserie, on suppose que le joueur 1 joue en premier et peut soit commander une bière (action **B**), soit commander une quiche (action **Q**). Cette action du joueur 1 est parfaitement observée par le joueur 2 avant que ce dernier décide d'intimider (action **I**) le joueur 1 ou de s'incliner (action **S**) devant lui. Le joueur 2 s'inclinerait s'il savait que le joueur 1 est fort, et l'intimiderait s'il savait qu'il est faible. D'un autre côté, le joueur 1 préfère toujours ne pas être intimidé. Aussi, le joueur 1 préfère la bière s'il est fort, tandis qu'il préfère la quiche s'il est faible.

Tous les éléments ci-dessus sont connaissance commune.

Pour le joueur 1, on note x_F la probabilité qu'il joue **B** dans l'ensemble d'information 1.F (s'il est fort) et on note x_f la probabilité qu'il joue **B** dans l'ensemble d'information 1.f (s'il est faible). Pour le joueur 2, on note y_B la probabilité qu'il joue **I** dans l'ensemble d'information 2.B (s'il observe que le joueur 1 boit une bière) et on note y_Q la probabilité qu'il joue **I** dans l'ensemble d'information 2.Q (s'il observe que le joueur 1 mange une quiche).

De plus, on note β la probabilité que le joueur 1 soit fort sachant qu'il boit une bière (sachant que l'ensemble d'information 2.B est atteint), et on note θ la probabilité que le joueur 1 soit fort sachant qu'il mange une quiche (sachant que l'ensemble d'information 2.Q est atteint).

Figure 1.

