La démarche de l’ingénieur

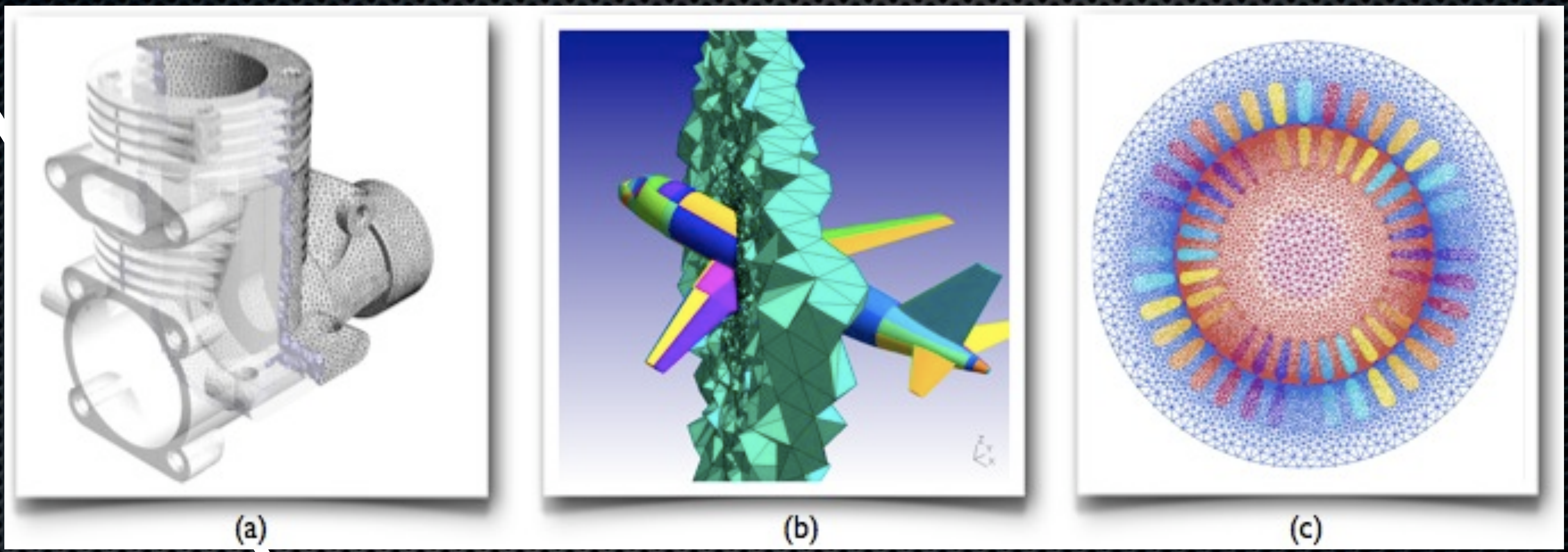
Identifier les phénomènes physiques

Choisir une théorie et un modèle

Modéliser l’objet et son environnement

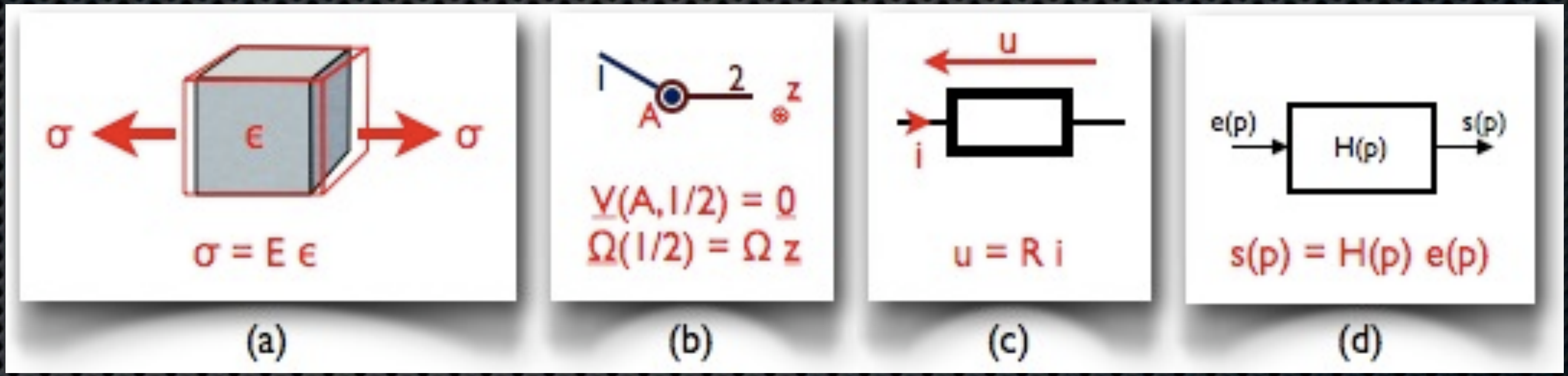
Calculer et interpréter

Identifier les phénomènes physiques



Identifier les phénomènes physiques

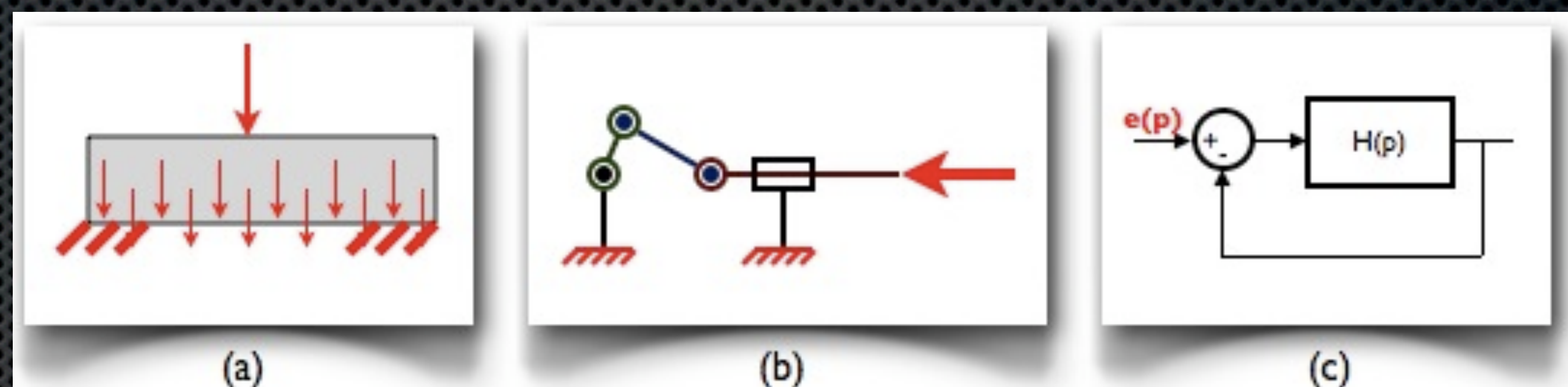
Choisir une théorie et un modèle

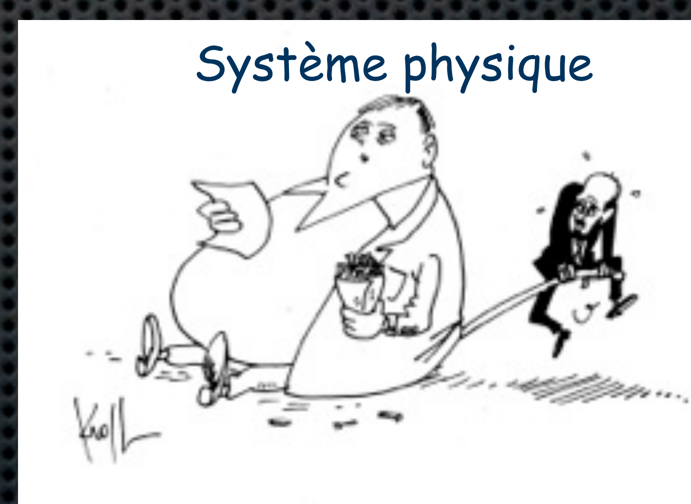


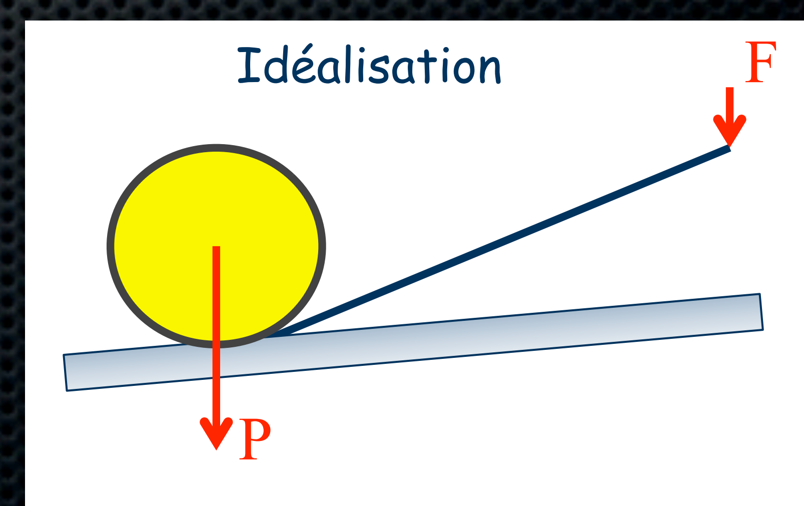
Identifier les phénomènes physiques

Choisir une théorie et un modèle

Modéliser l’objet et son environnement





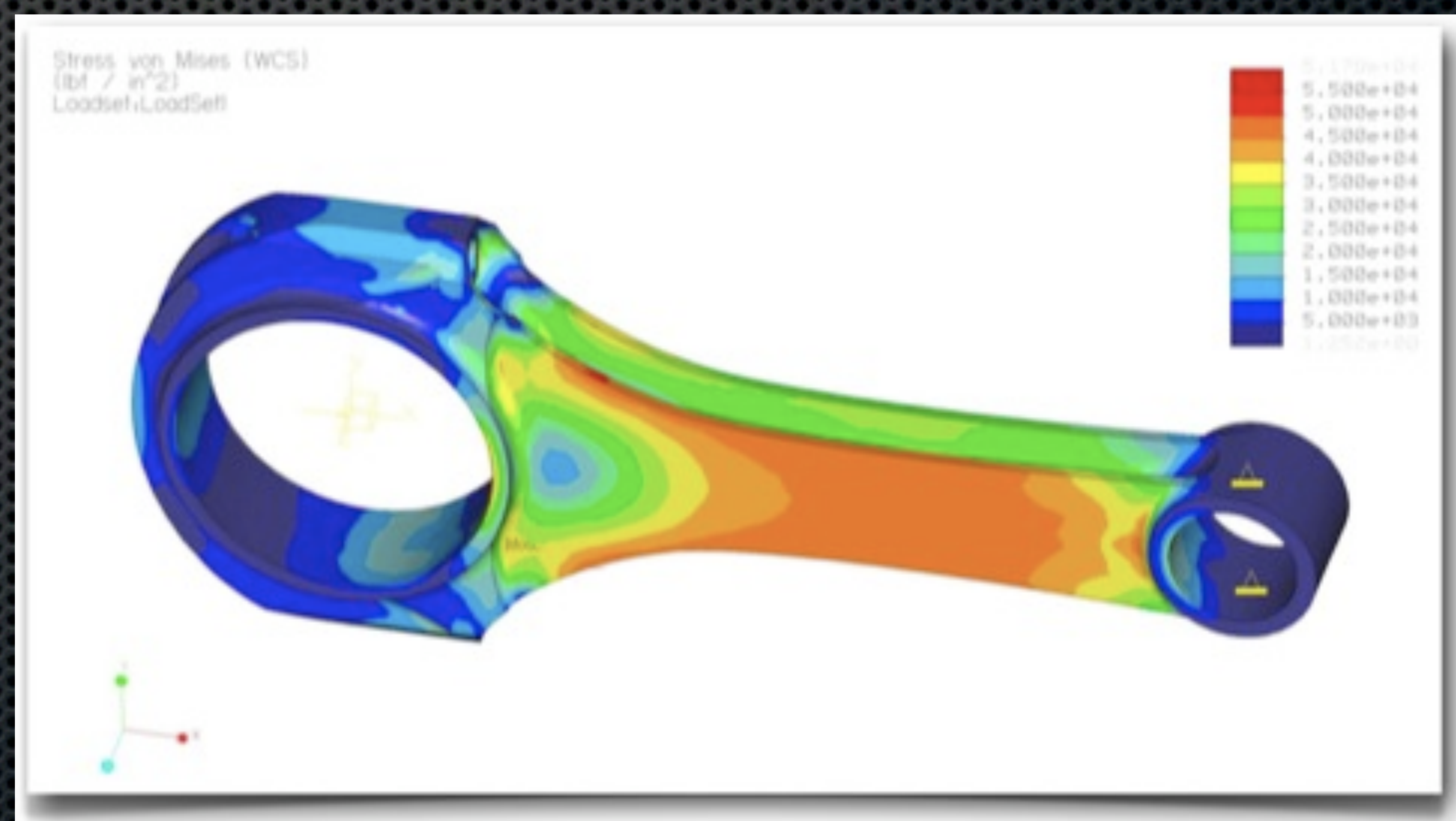


Identifier les phénomènes physiques

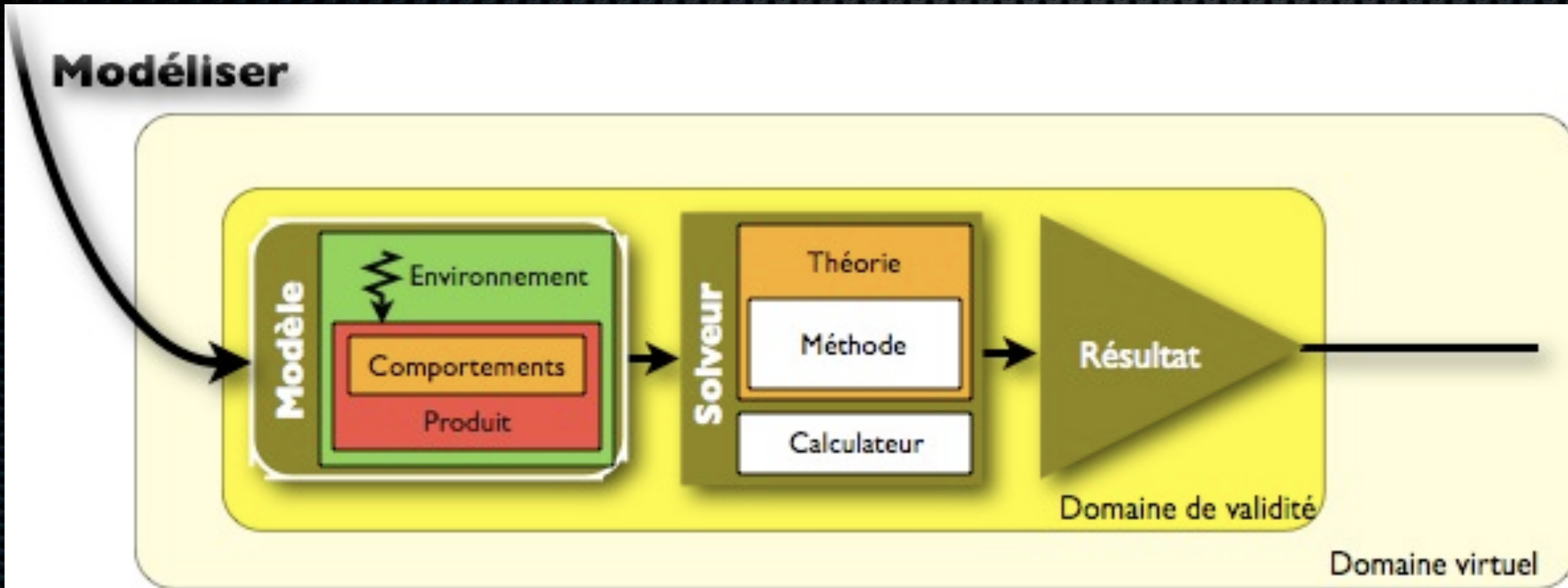
Choisir une théorie et un modèle

Modéliser l'objet et son environnement

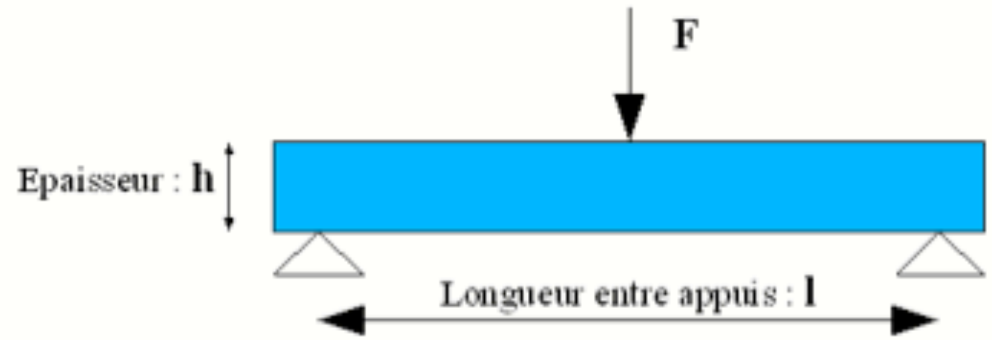
Calculer et interpréter



La démarche de l'ingénieur



A l’origine, la RdM



Largeur de la poutre : b
Module d'élasticité du matériau (acier) : E

Moment quadratique de la poutre : $\boxed{\frac{b.h^3}{12}}$ (section rectangulaire).

► **Flèche maximale admise (au milieu de la poutre) :** $f_{max} = \frac{5.\ F.l^3}{32.\ E.b.h^3}$

On en déduit la hauteur minimale fonction de la flèche admise :

$$h = \sqrt[3]{\frac{5.\ F.l^3}{32.\ E.b.f_{max}}}$$

► **Contrainte maximale admise (au milieu de la poutre) :** $R_{max} = \frac{3.\ F.l}{4.\ b.h^2}$

On en déduit la hauteur minimale fonction de la contrainte admise :

$$h = \sqrt{\frac{3.\ F.l}{4.\ b.R_{max}}}$$

Matériau élastique, linéaire, homogène, petits déplacements

Modélisation simple et bien cataloguée

Calculs simples et bien catalogués (abaques, ...)

1.Les bases

Des milieux continus

La discrétisation en domaines

Saint-Venant

Efforts et déplacements nodaux

Noeuds et fonctions associées

Petites déformations

Linéaire

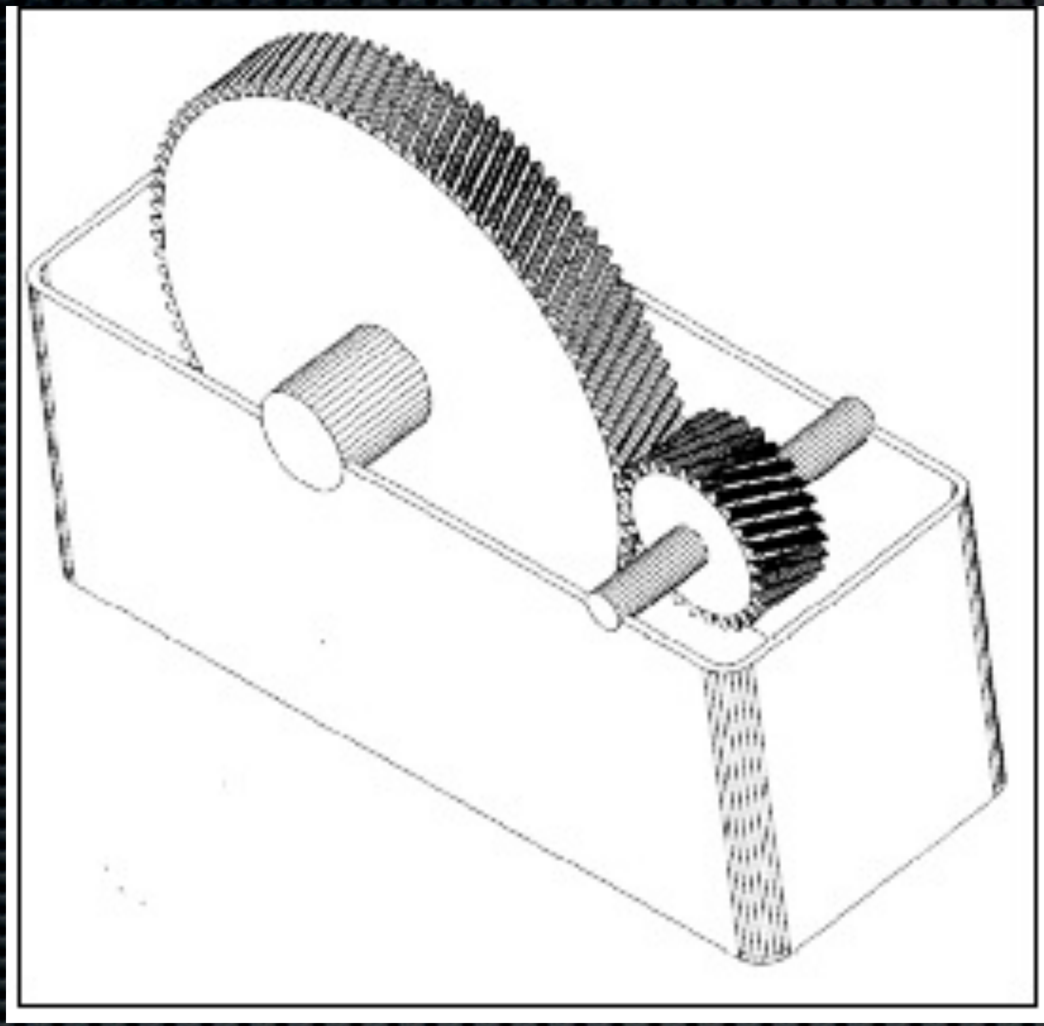
1.1Milieu continu

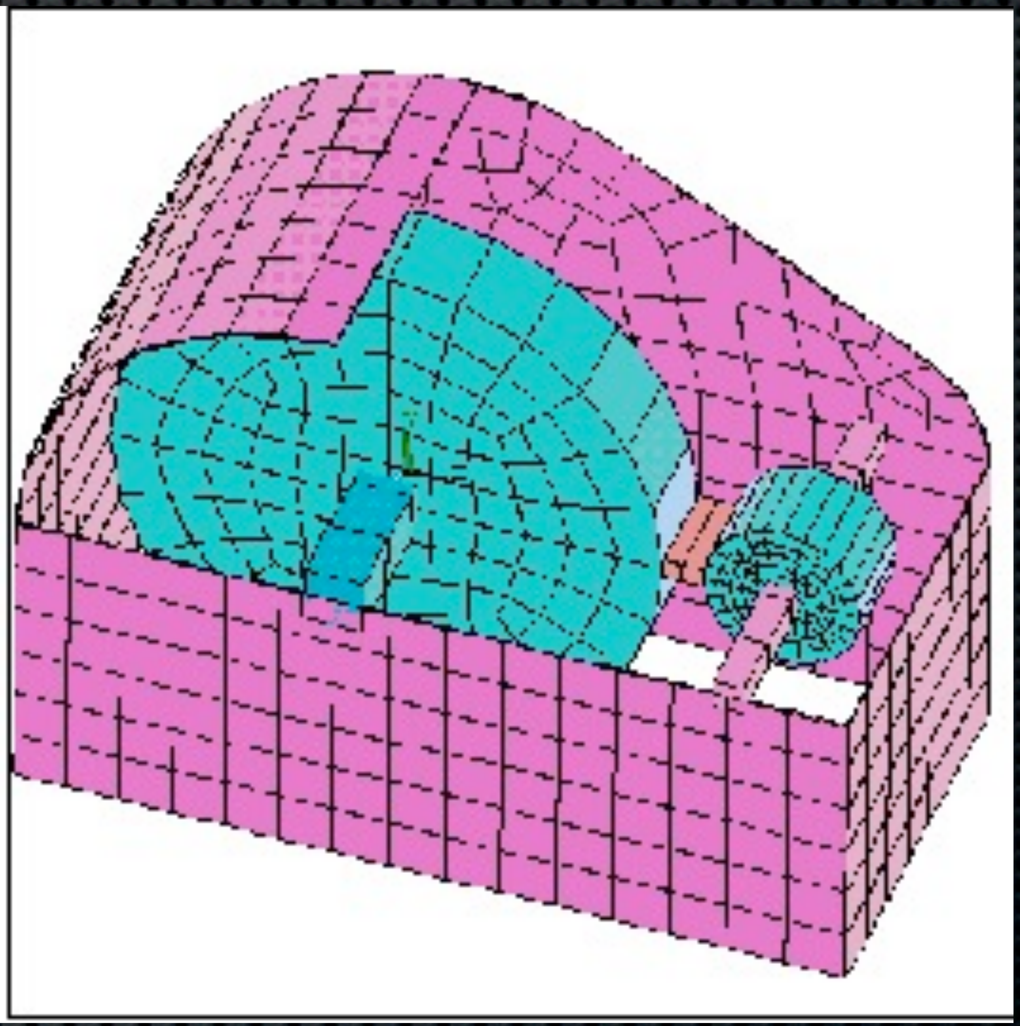
Statique en régime permanent

Petites perturbations

Elastique linéaire
=
pas de déformation permanente

1.2 Discrétisation





1.3 Saint-Venant

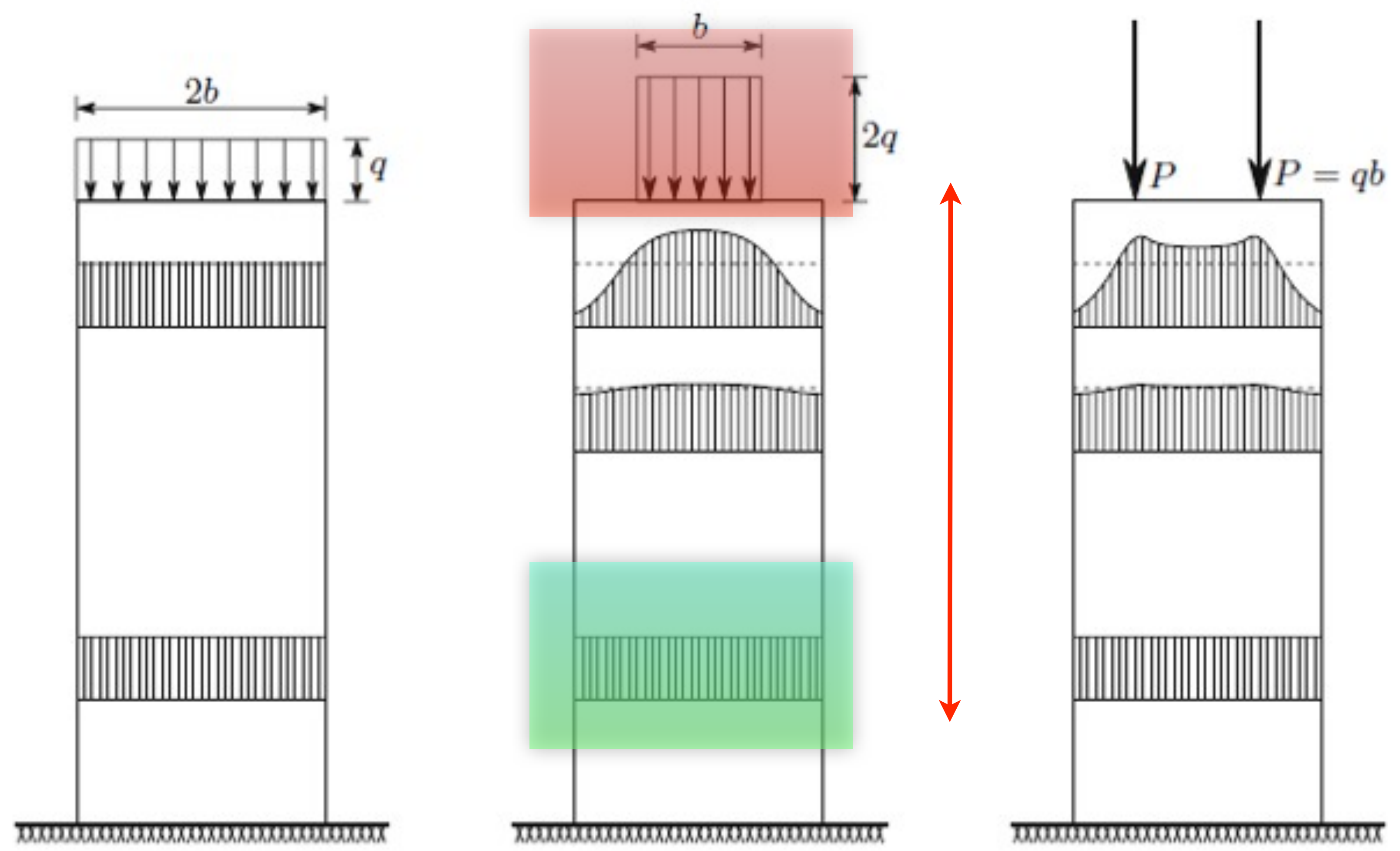
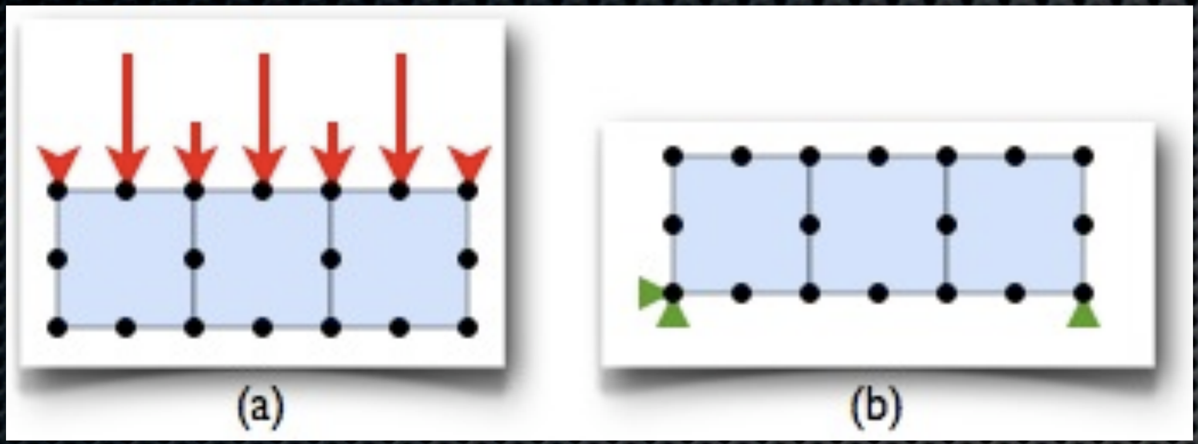


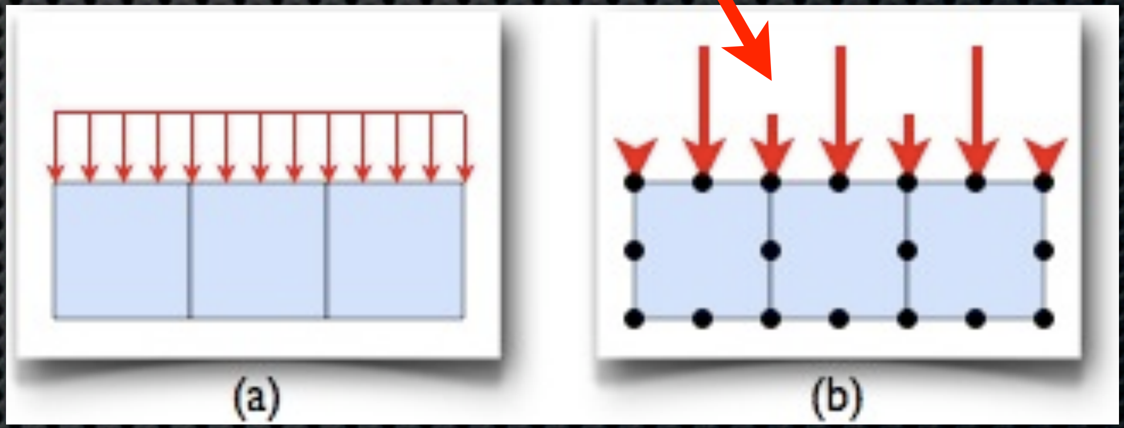
Fig. 56. Stress distribution in different cross-sections of a prismatic bar, caused by three force systems with the same resultant

1.4 Efforts et déplacements nodaux

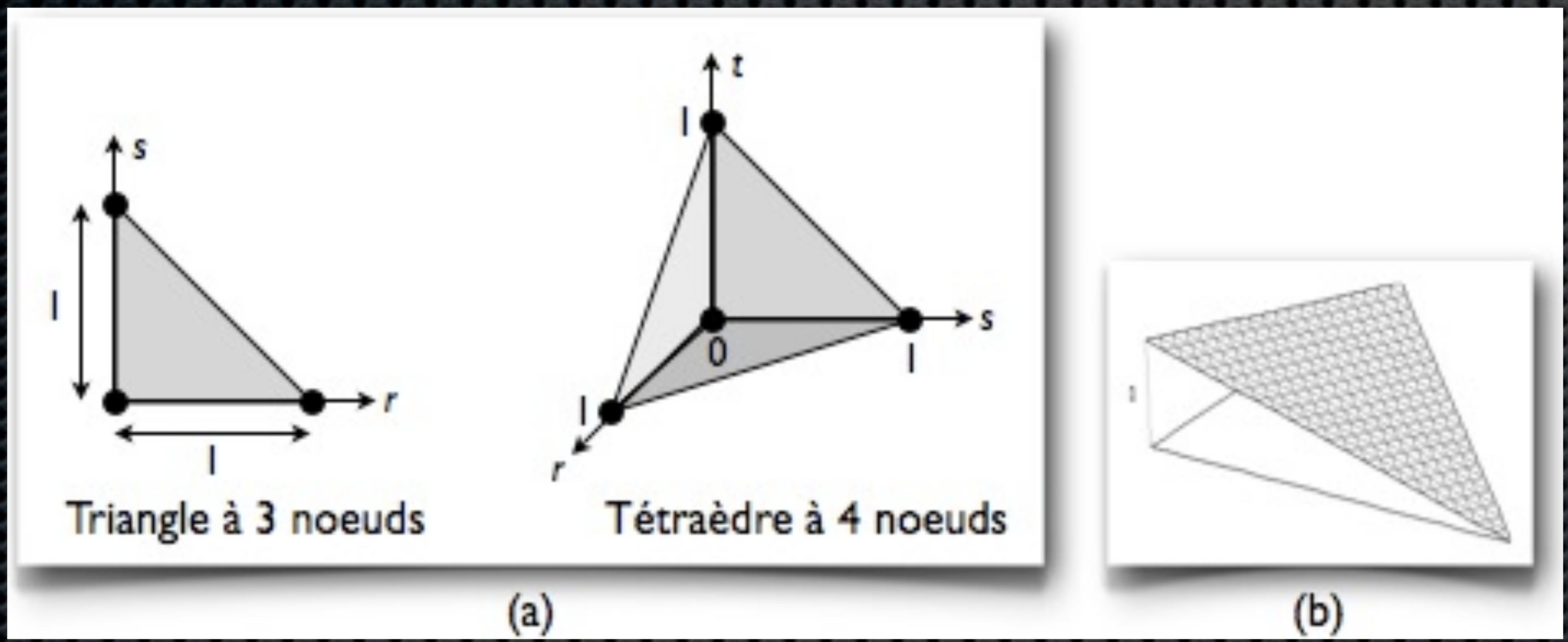


Discrétisation élémentaire due aux fonctions de forme

C’est le modèle de l’action de l’environnement



1.5 Noeuds et fonctions associées



... je vais y revenir plus tard....

1.6 Petites déformations

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

... je vais y revenir plus tard....

2. La modélisation

Adéquation de la géométrie à la simulation

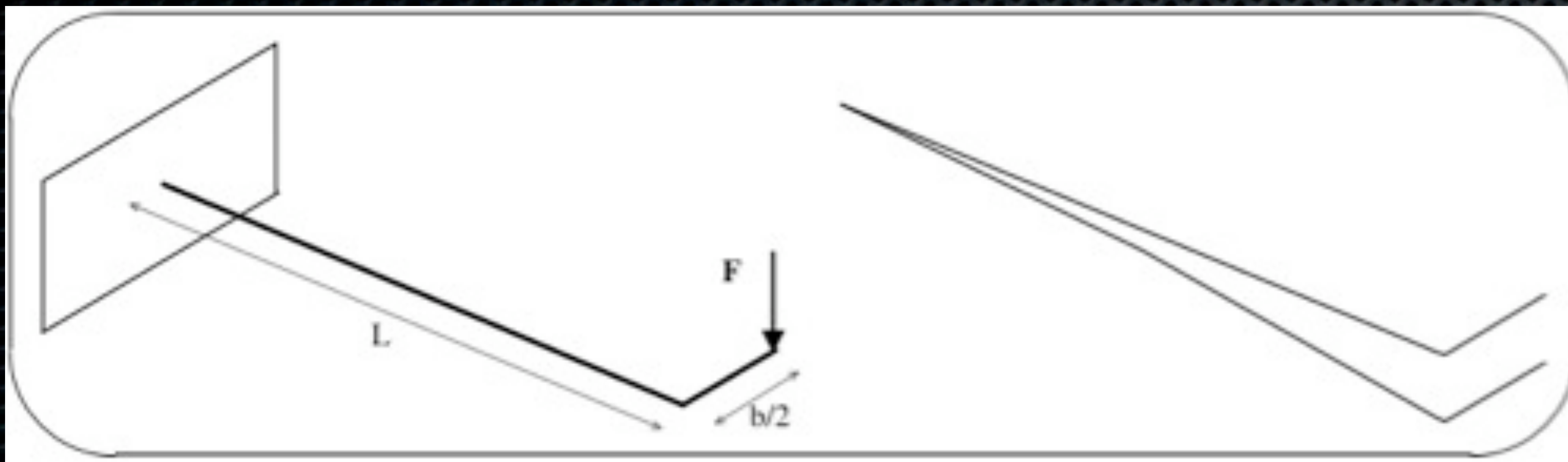
Discrétisation: le maillage

La qualité des éléments

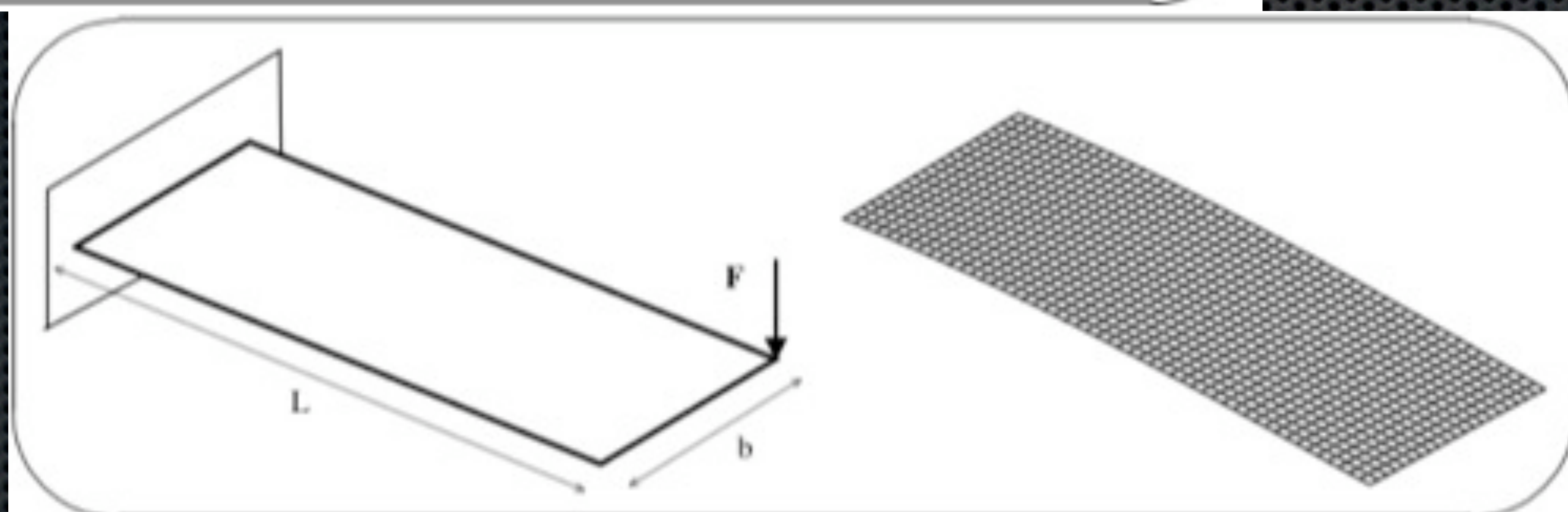
Charges et conditions limites

Singularités

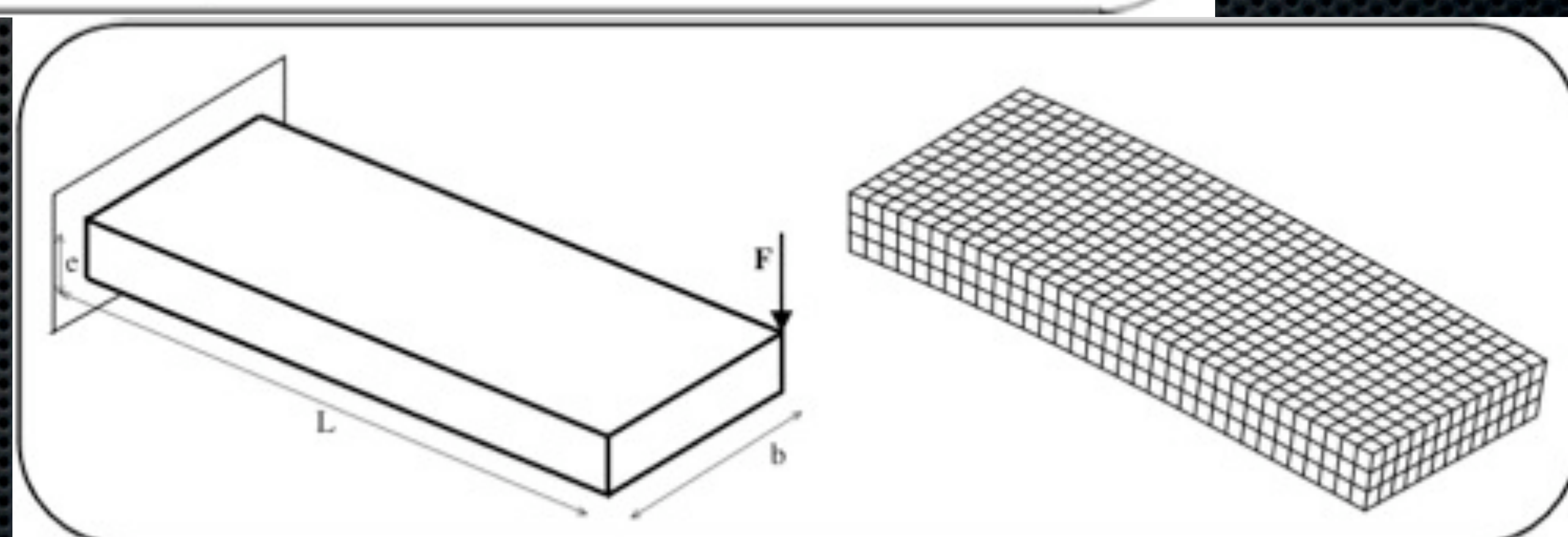
2.1 La géométrie et la simulation



Théorie des poutres
= RDM

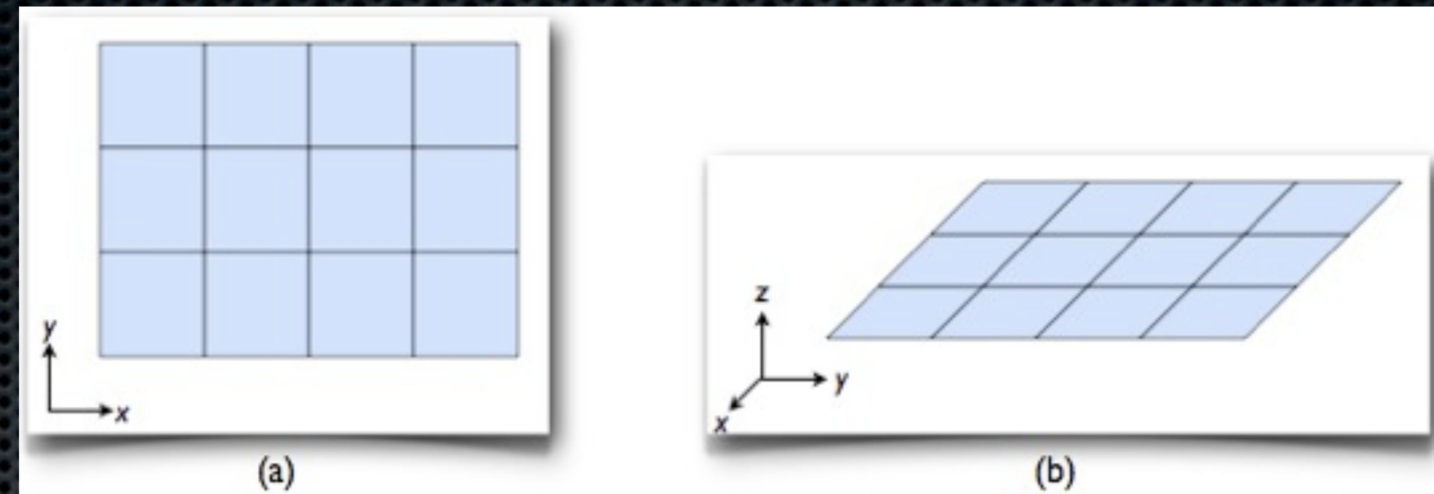


Théorie des plaques

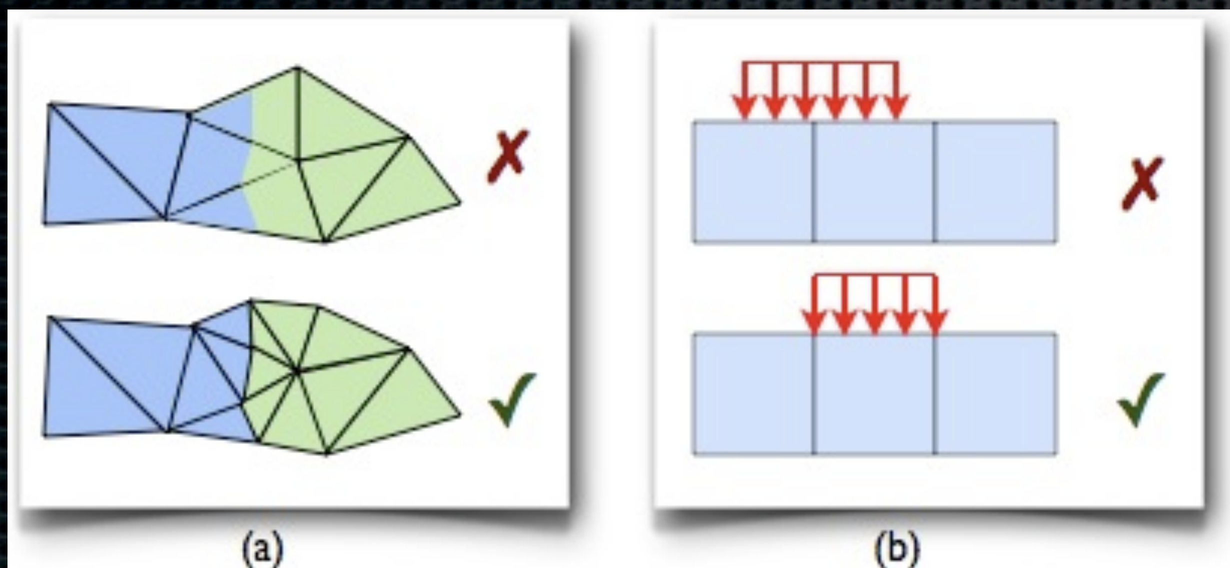


Milieu continu

2.2 Idéalisation

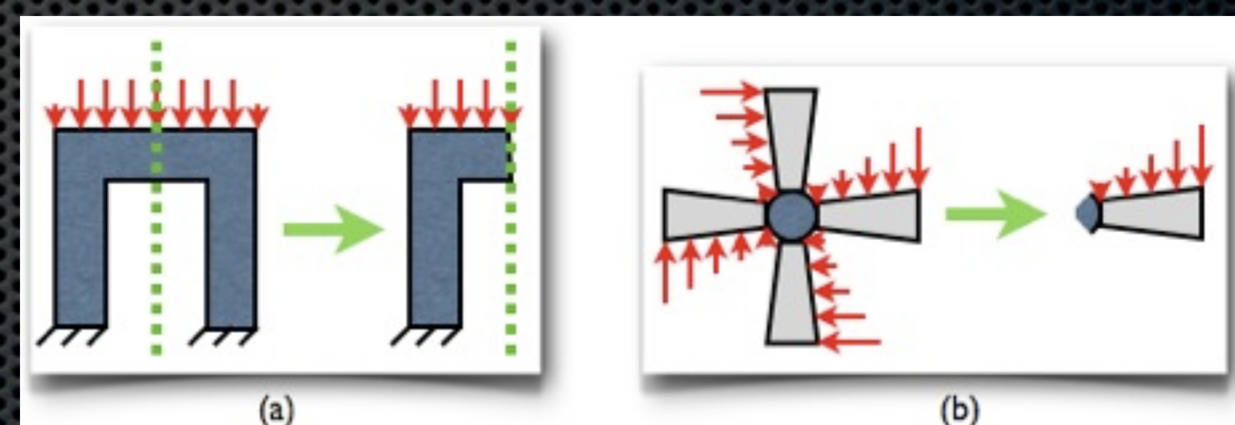


3D ? .... 2D ?..... 1D ?



Exploitation
des spécificités
du modèle

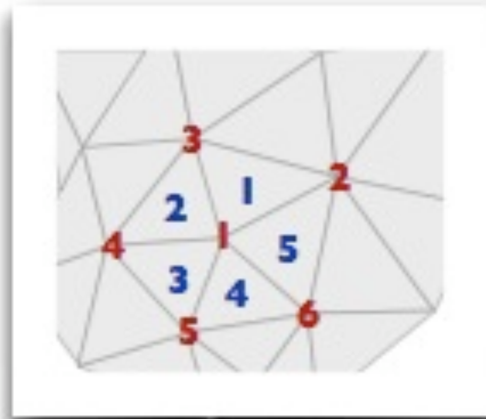
Hypothèses
fortes !!



Qu’est-ce qui convient le mieux
pour la réalité physique ?

2.3 Le maillage

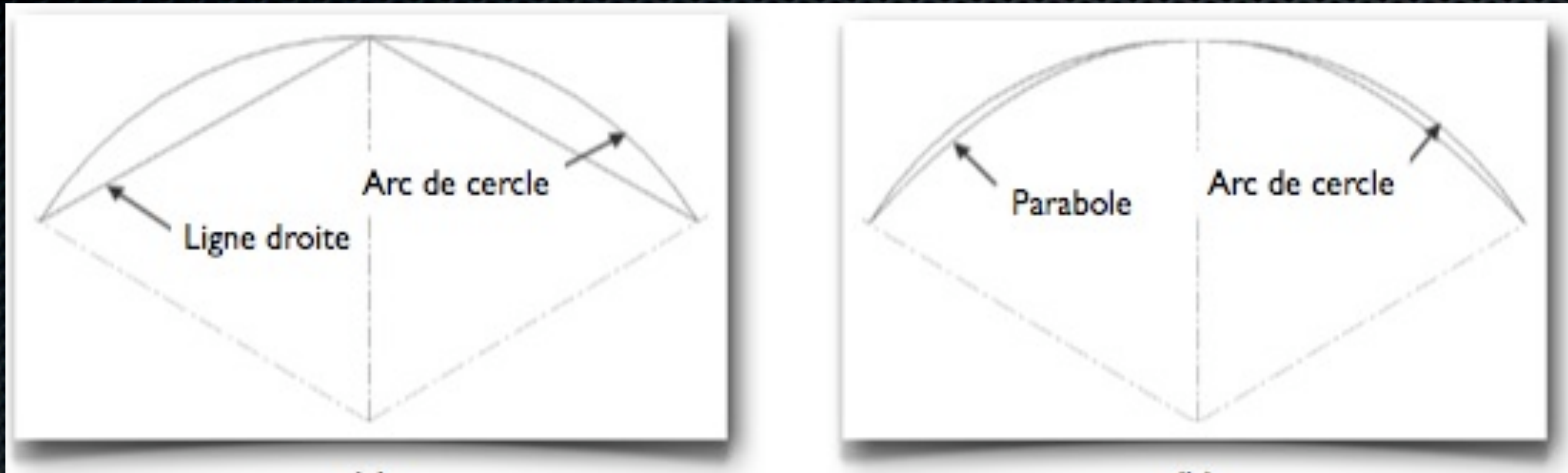
Des noeuds et des coordonnées...



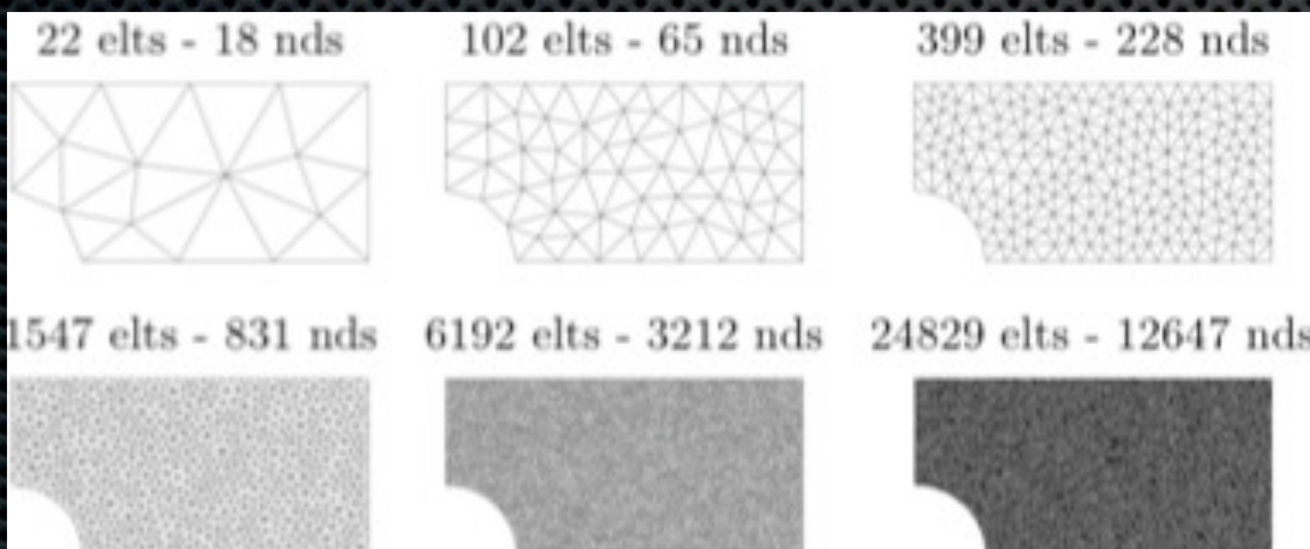
n° noeud	x	y
1	31.2	25
2	40.7	29.1
3	27.9	32.5

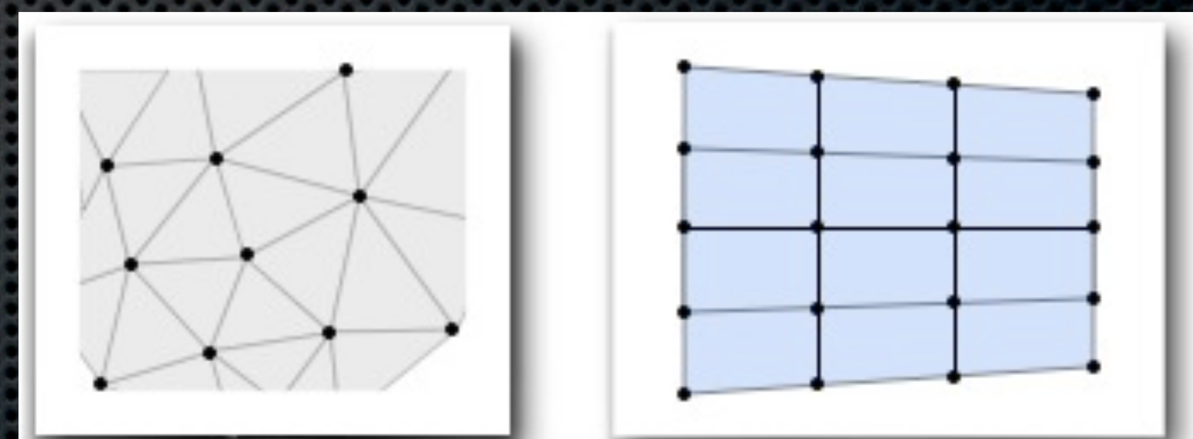
n° **TRI3**	nd1	nd2	nd3
1	1	2	3
2	1	3	4
3	1	4	5

... mais aussi des éléments



(a) (b)

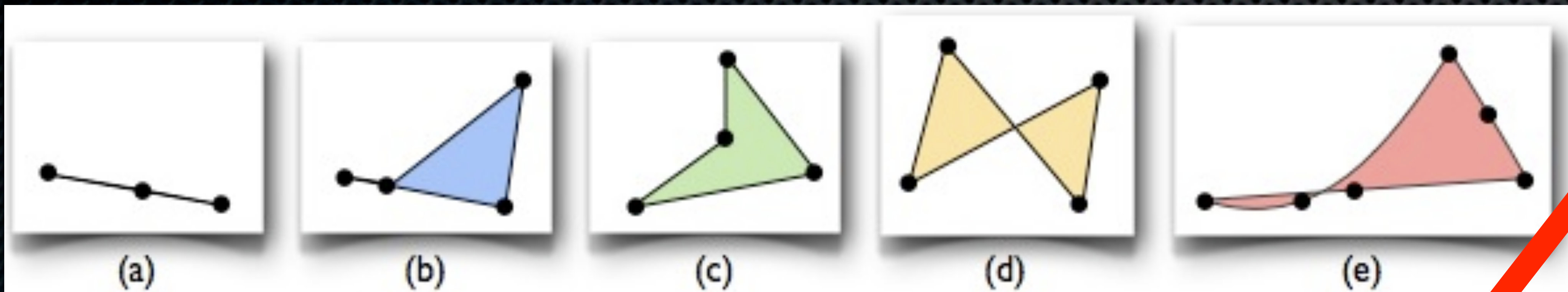


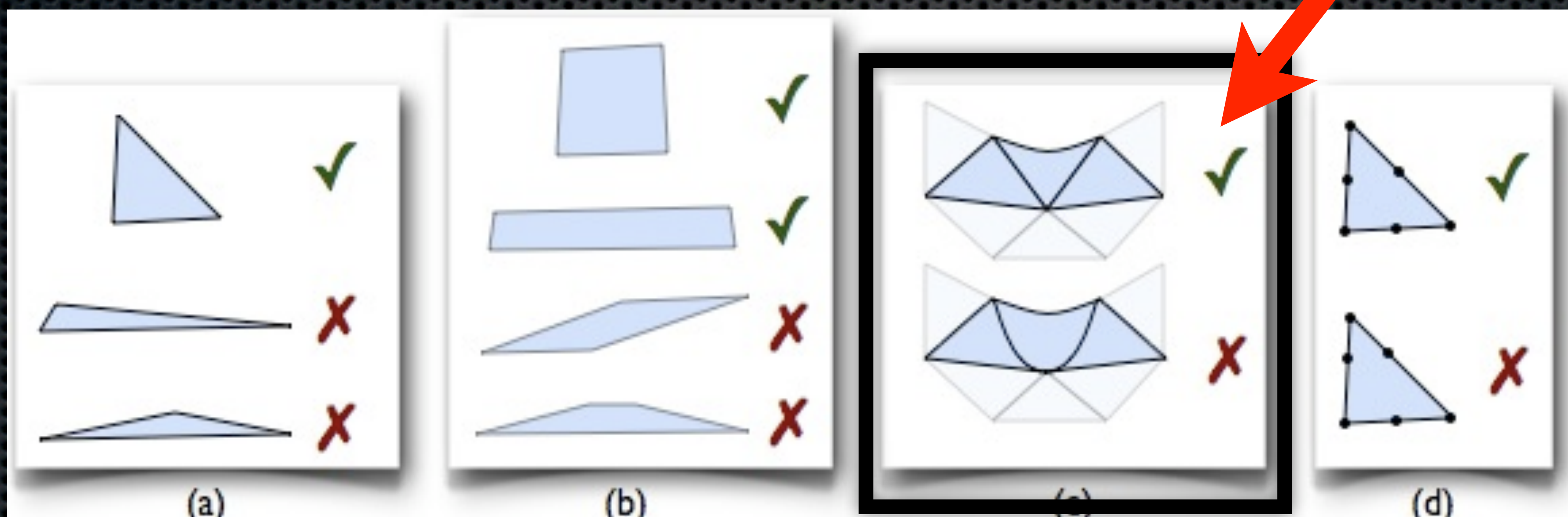


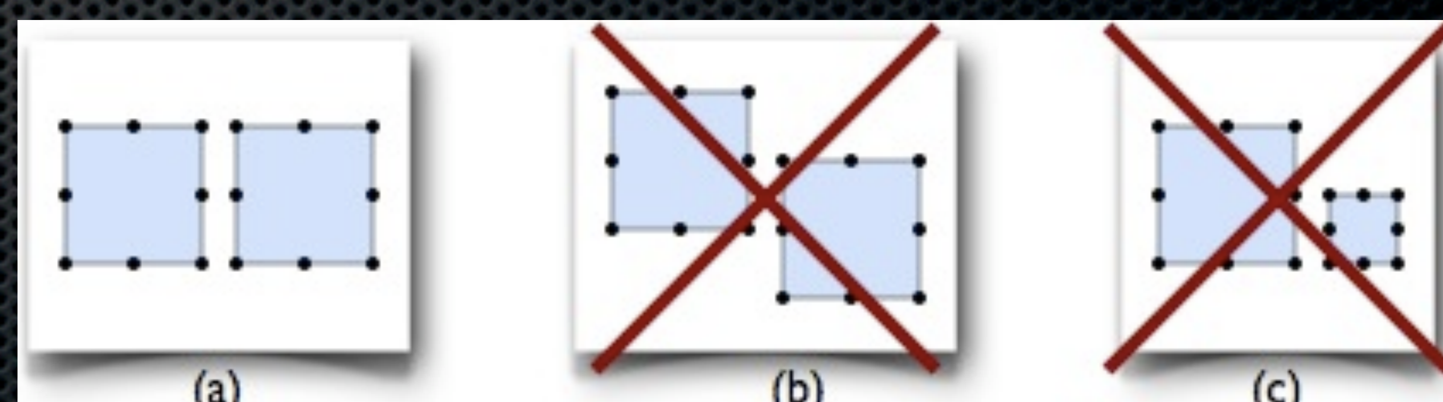
(a) (b)

2.4 La qualité des éléments

Faut-il rester «strictement» correct ?

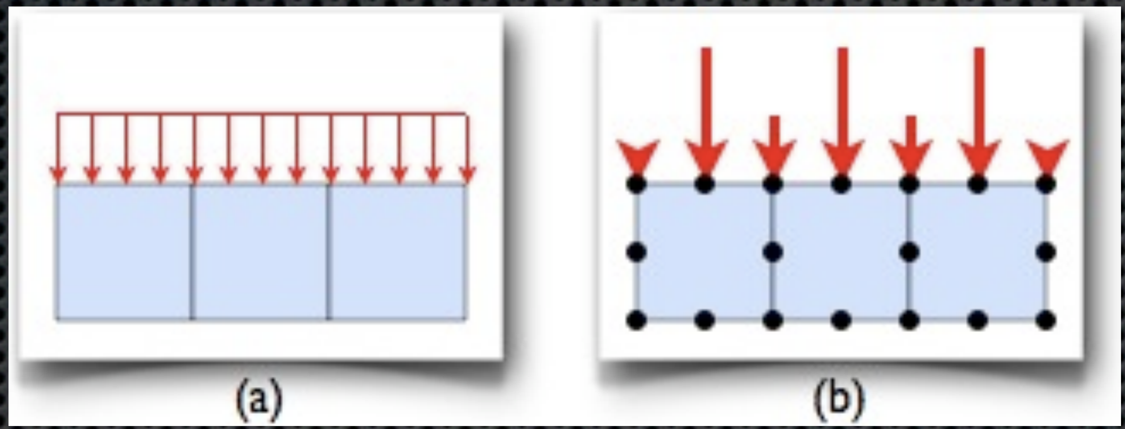


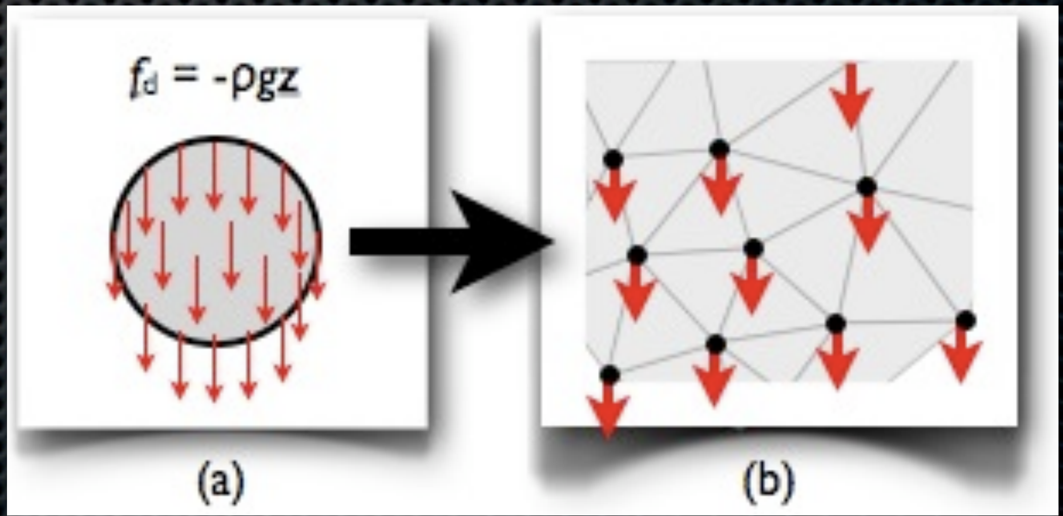




2.5 Charges et conditions limites

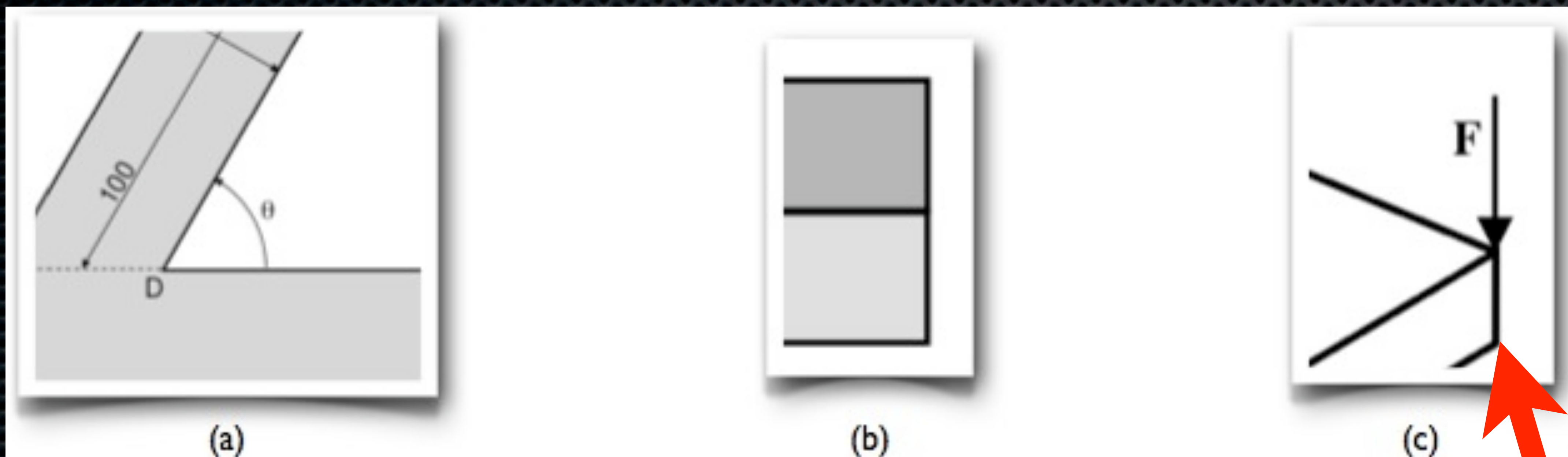
$$\sum_{j=1}^{n} K_{ij} u_j = f_i^{\mathrm{e}} \tag{1}$$

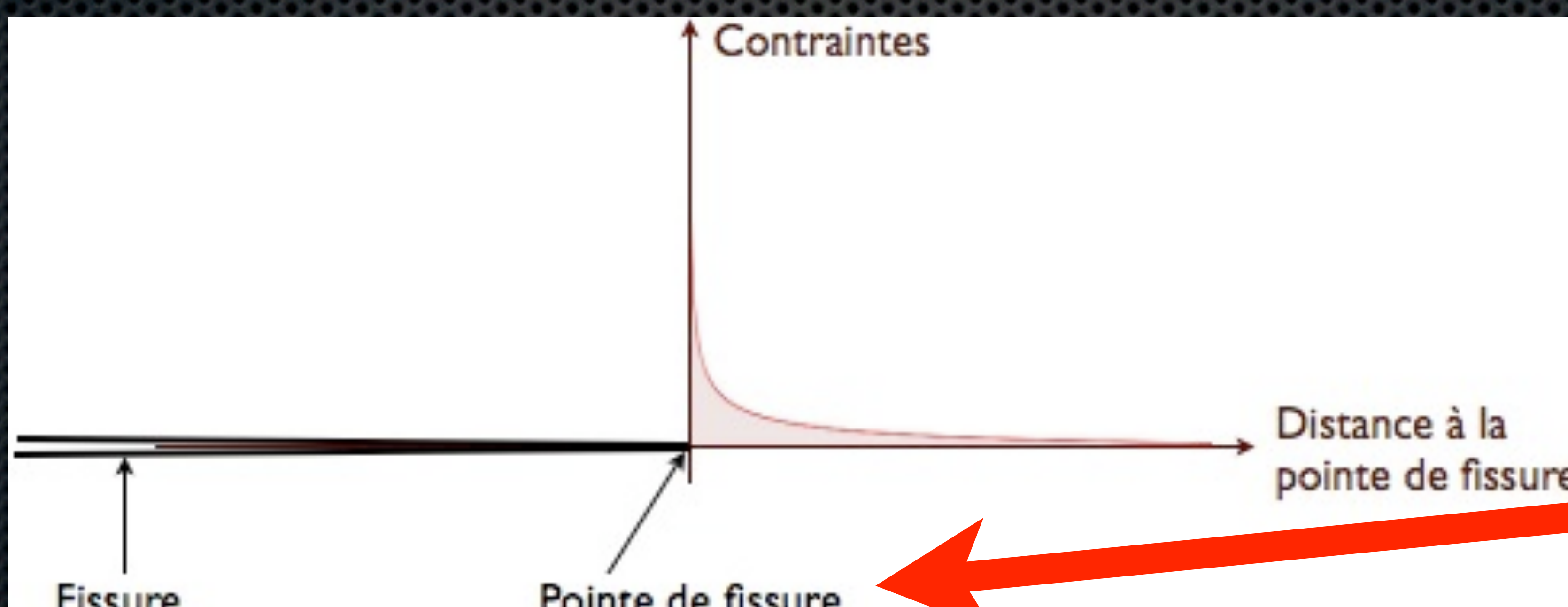




2.6 Singularités

Géométrique, matérielle ou....





.. artificielle !

... physique

3. L'élément fini

3.1 *Un domaine géométrique*

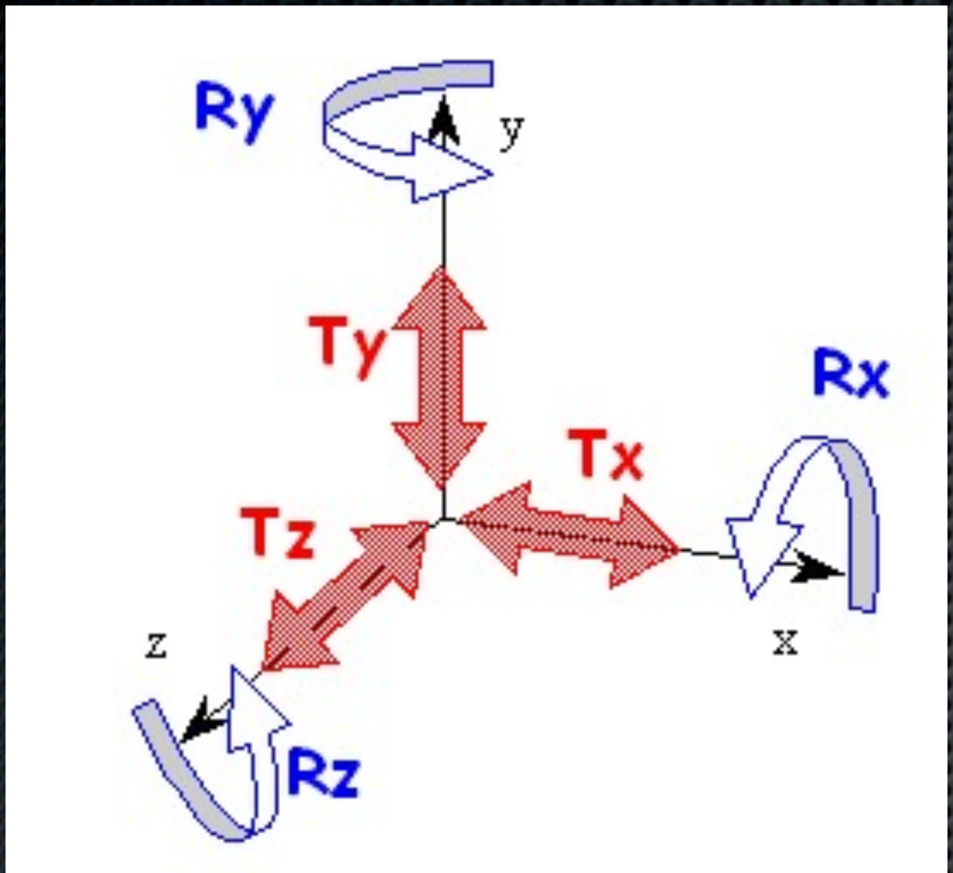
3.2 *Des noeuds*

3.3 Des degrés de libertés

3.4 Des fonctions mathématiques aux noeuds

3.5 Une hypothèse

3.3 Les degrés de liberté



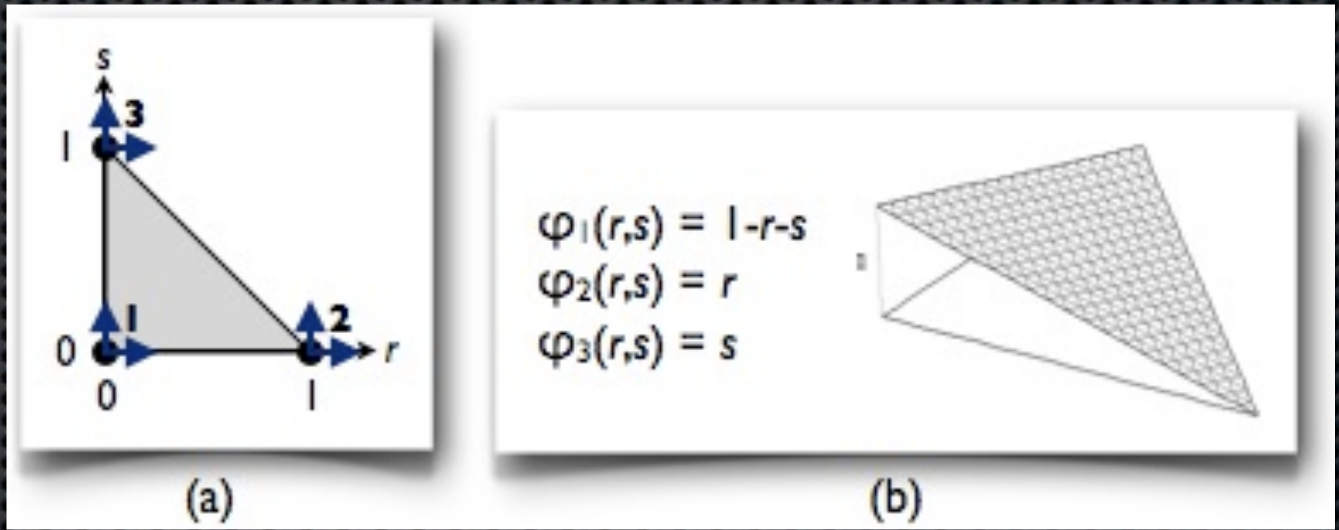
Selon le choix mathématique, les noeuds ont certaines propriétés de «mobilité»

3.4 Les fonctions de base

= les fonctions de forme

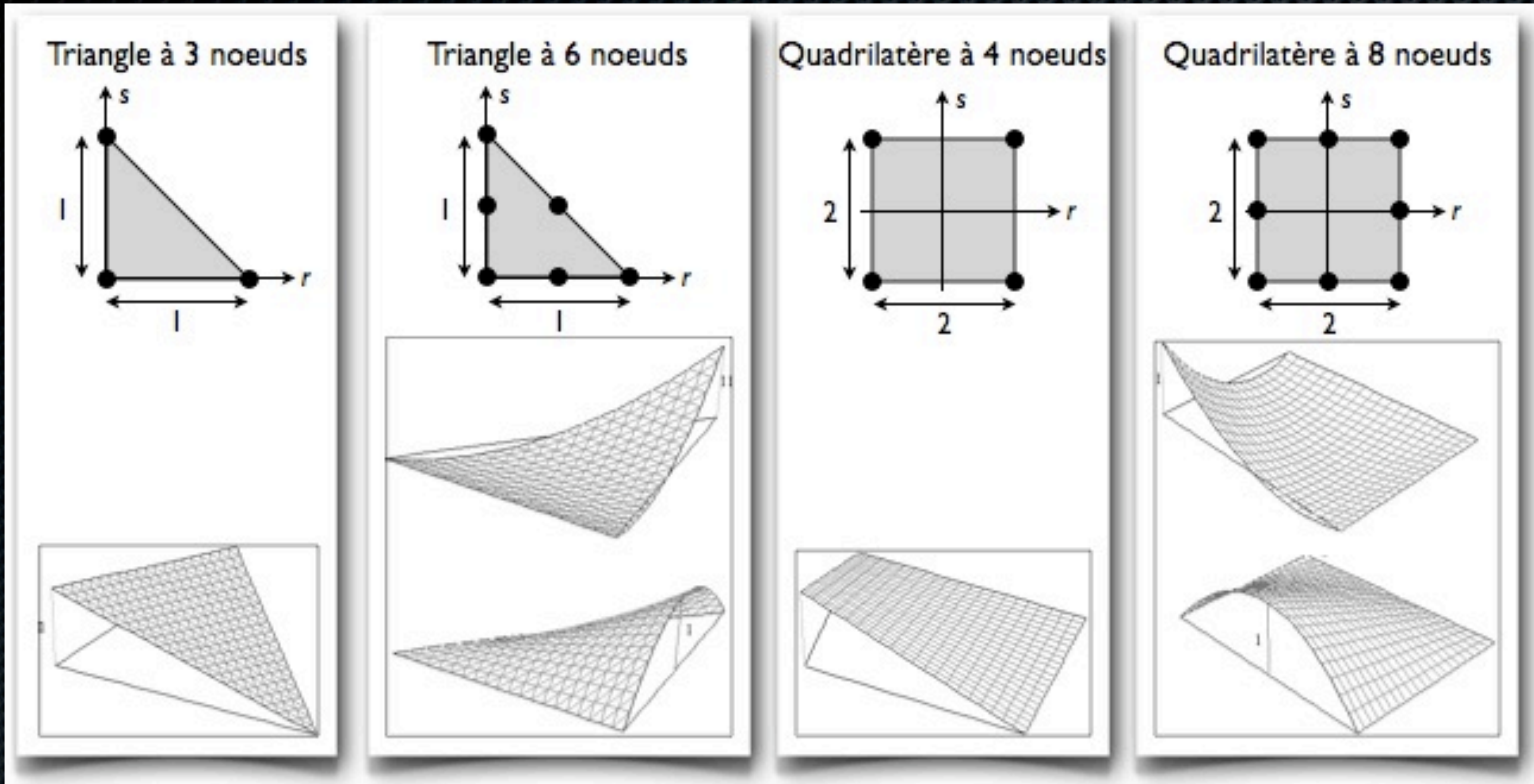
But:

exprimer les déplacements en un point quelconque de l'élément via les déplacements connus en ses noeuds

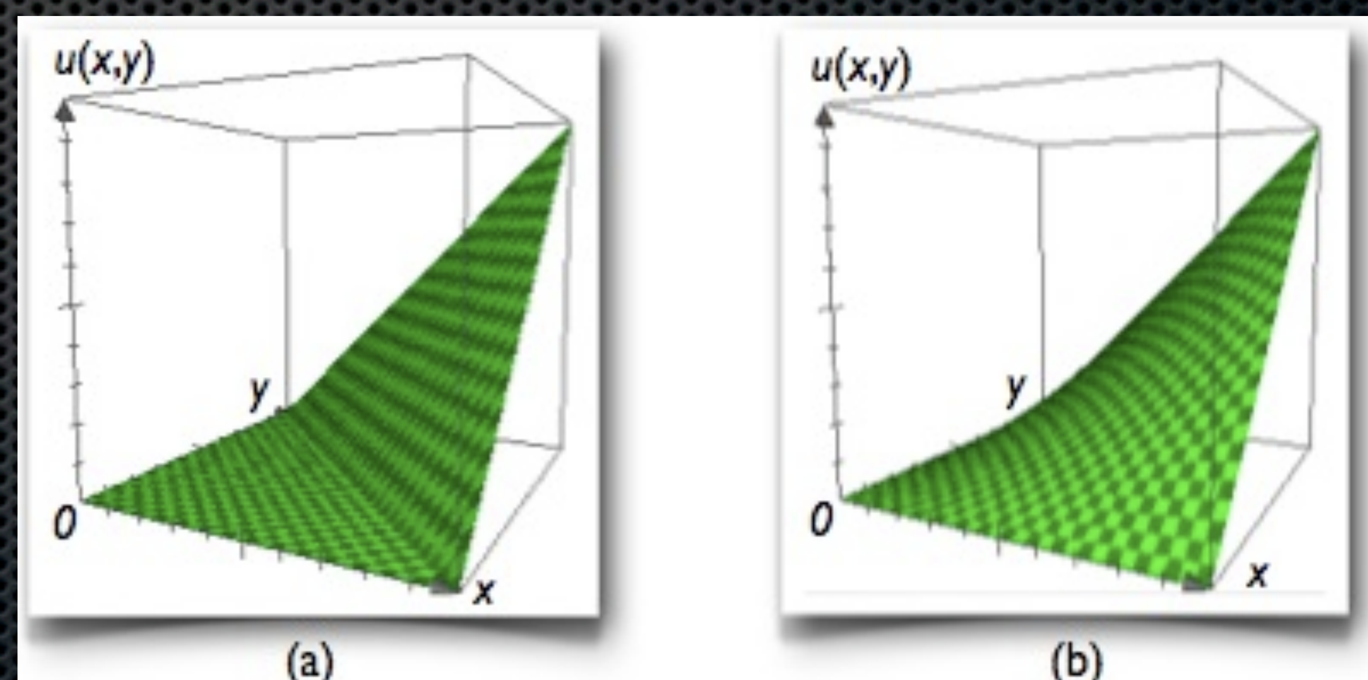


(a) (b)

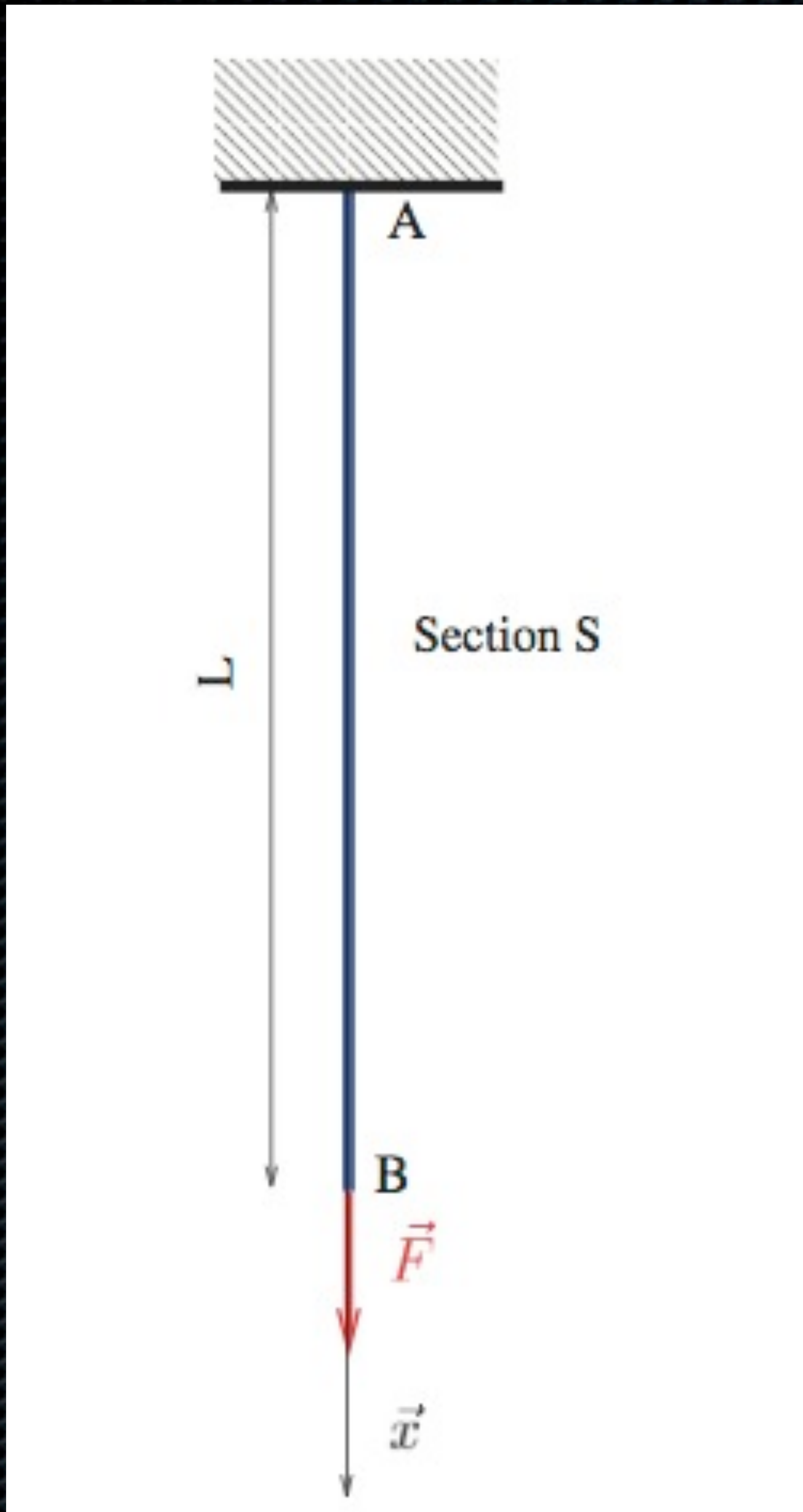
Mais aussi pour modéliser la géométrie

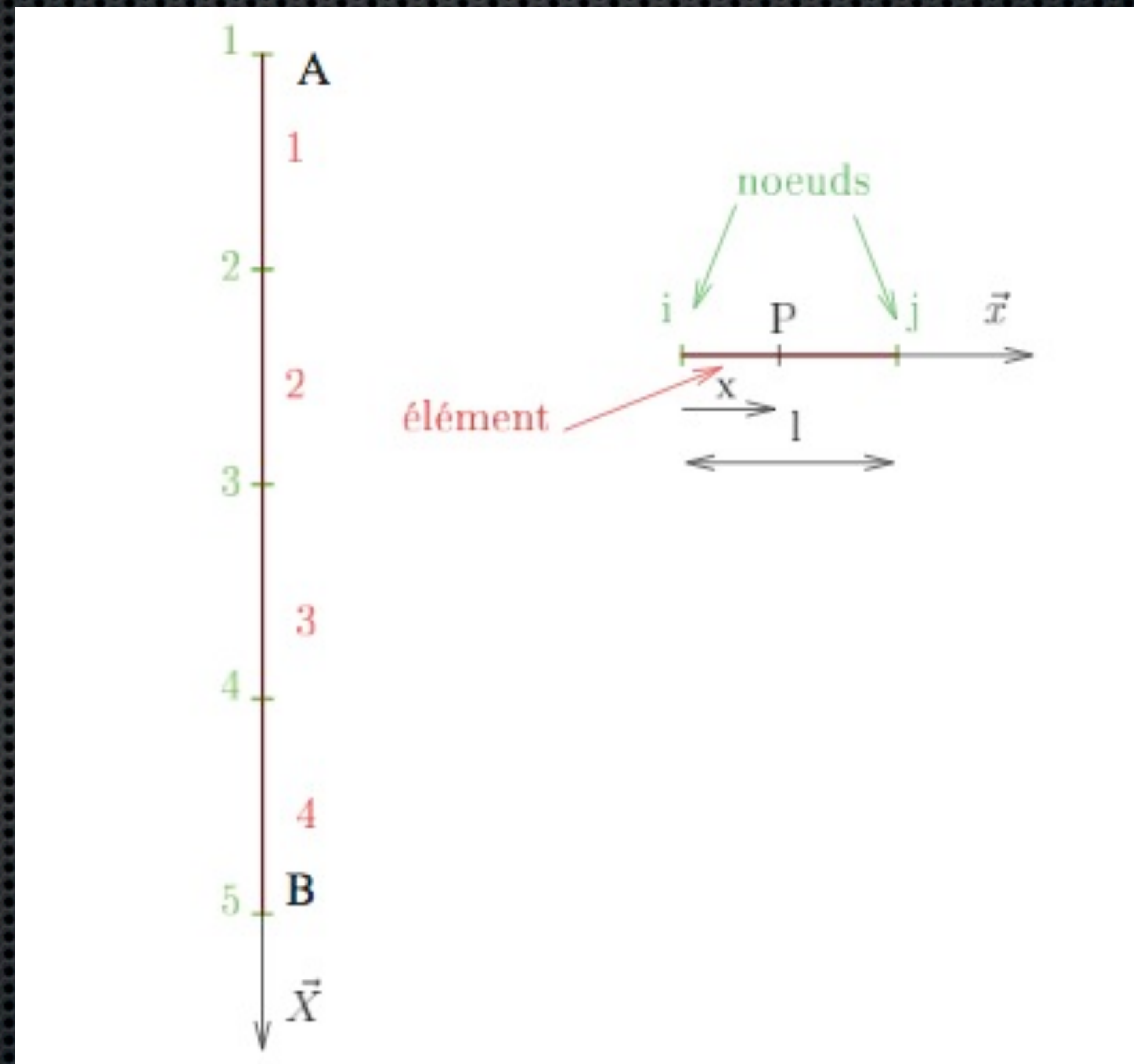


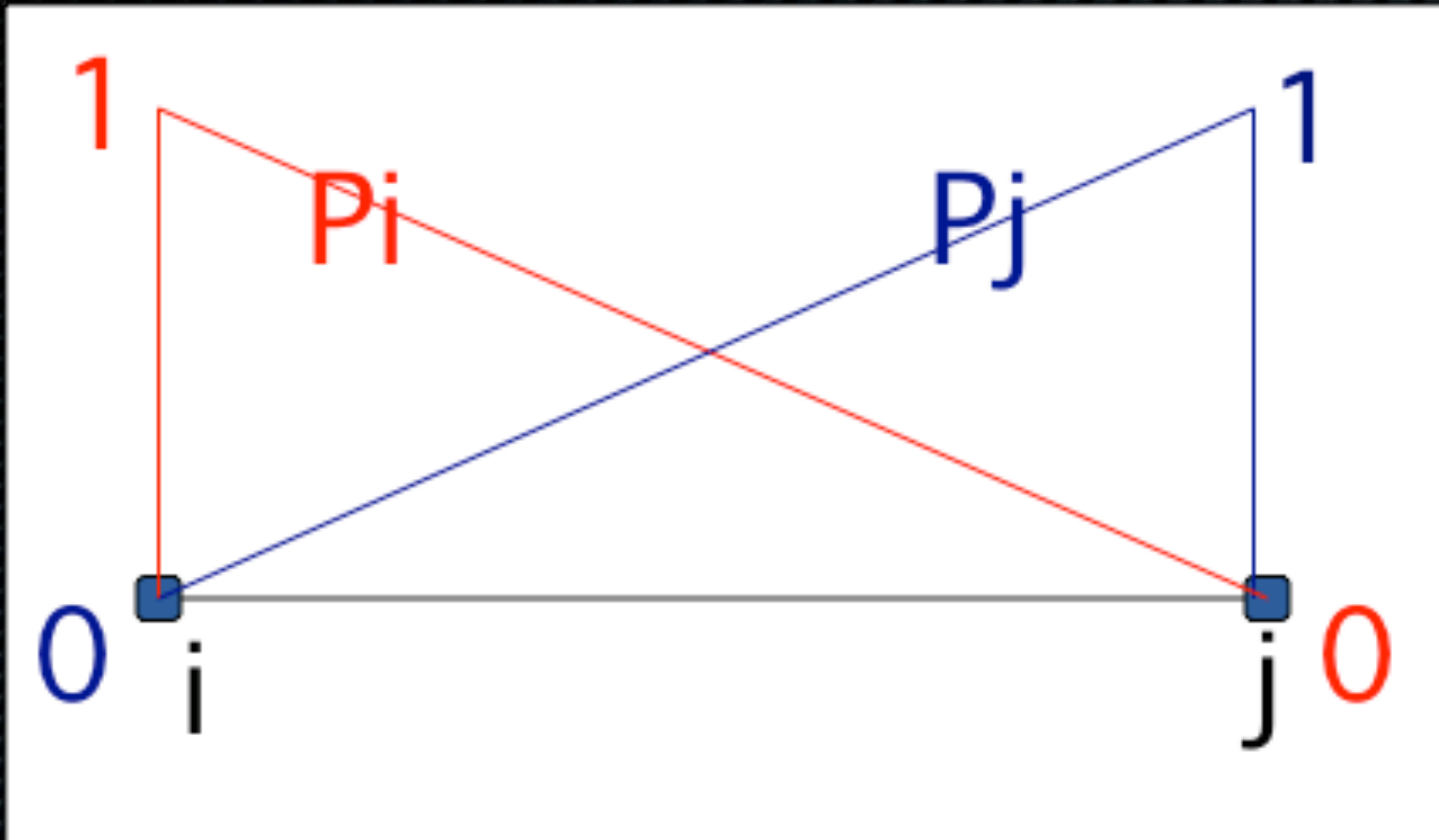
Elles peuvent donc changer d'élément en élément



Un exemple pratique







$$\boxed{u = Pi(x) * u_i + Pj(x) * u_j} \longrightarrow \boxed{u = P \times U_{ij}}$$

$$\boxed{Pi(x) = 1 - (x / L)}$$

$$\boxed{Pj(x) = x / L}$$

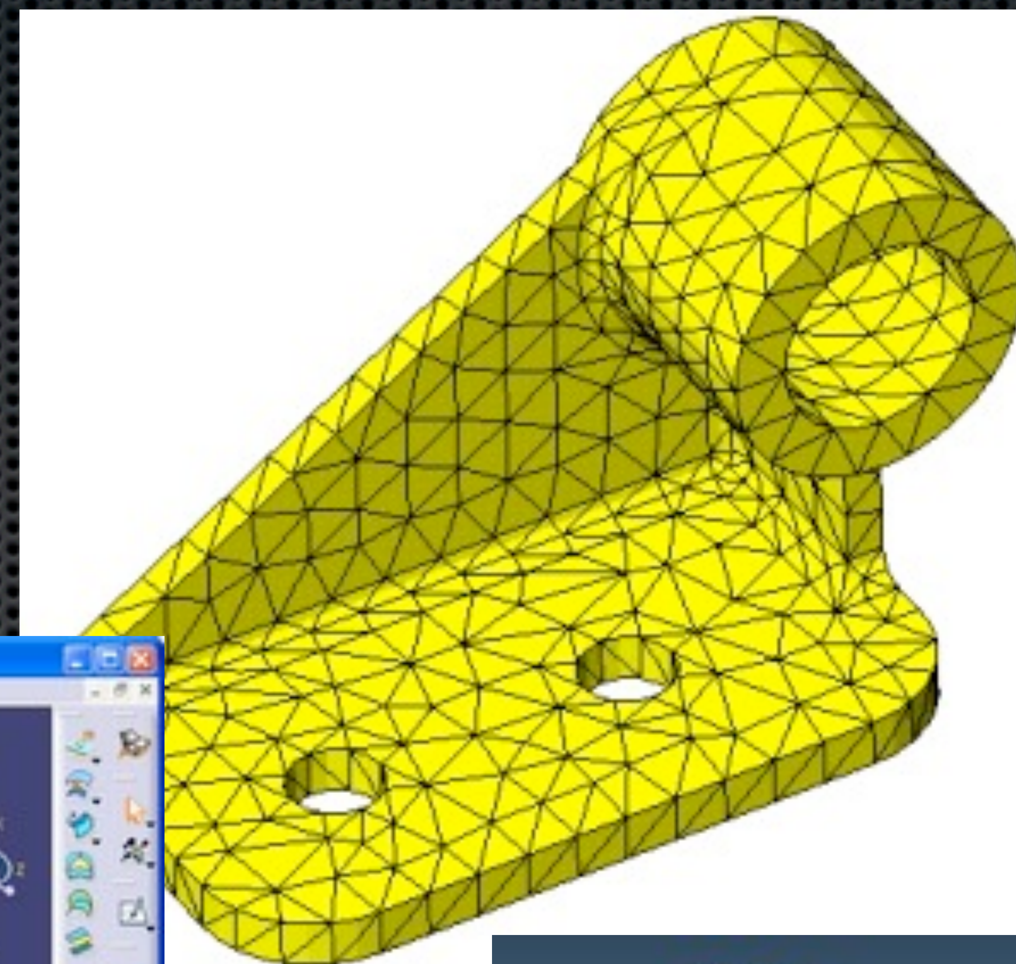
3.5 Hypothèses d'éléments

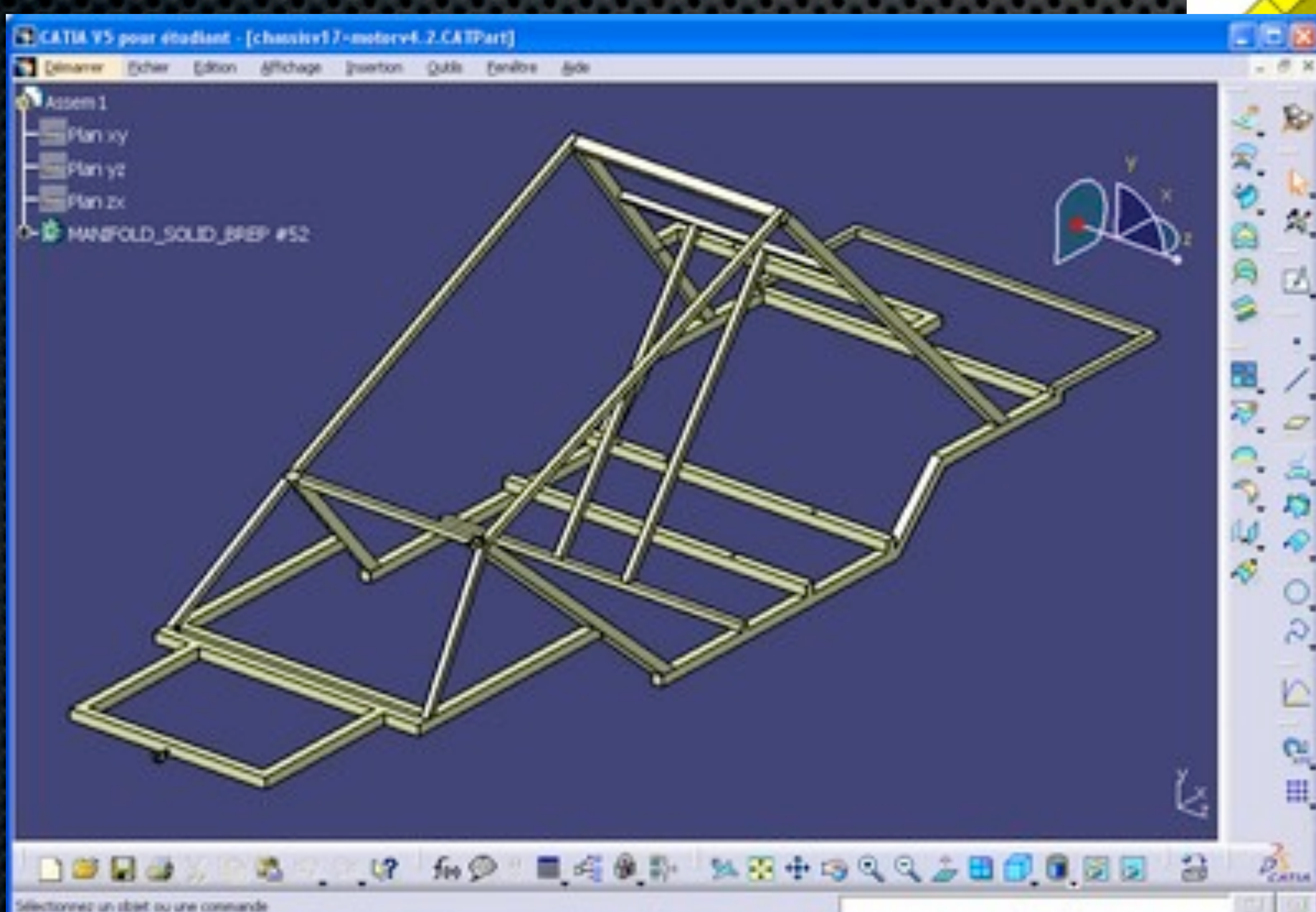
Volumes

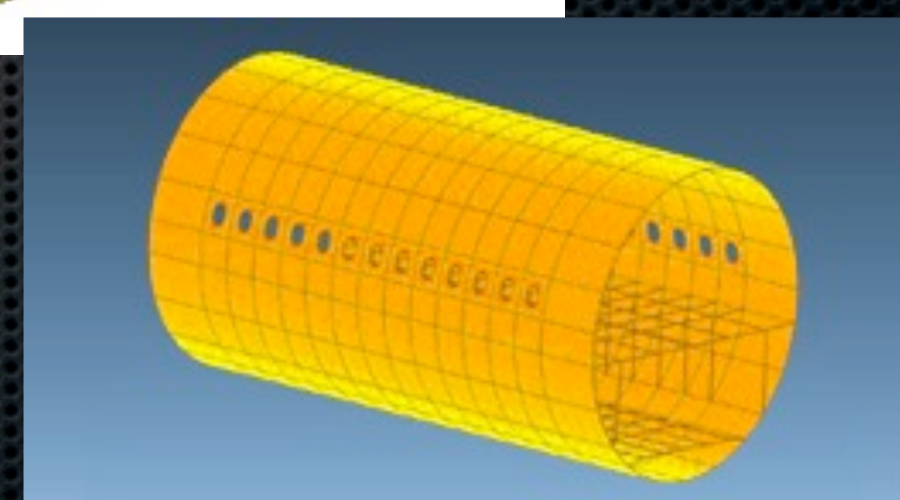
Coques Plaques

Membranes

Poutres



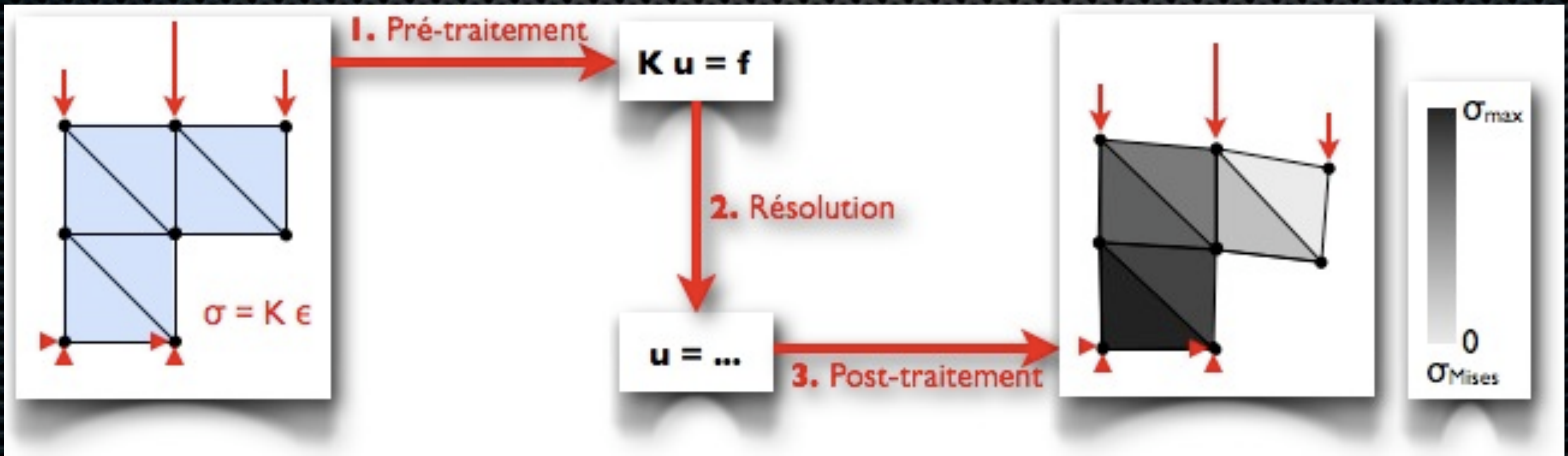




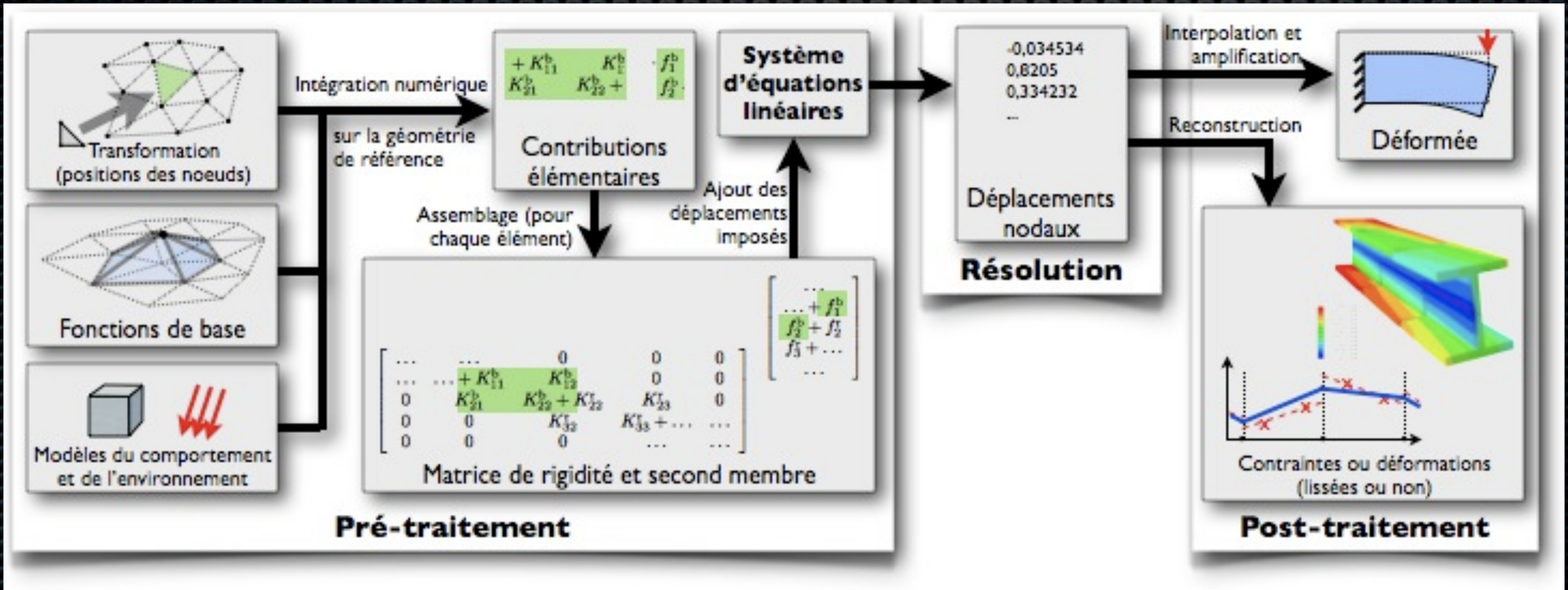
4. Résoudre

1. Calculer les déplacements
2. En déduire les déformations
3. Et finalement les contraintes

Loi de Hooke $\boxed{\sigma = E \times \varepsilon}$

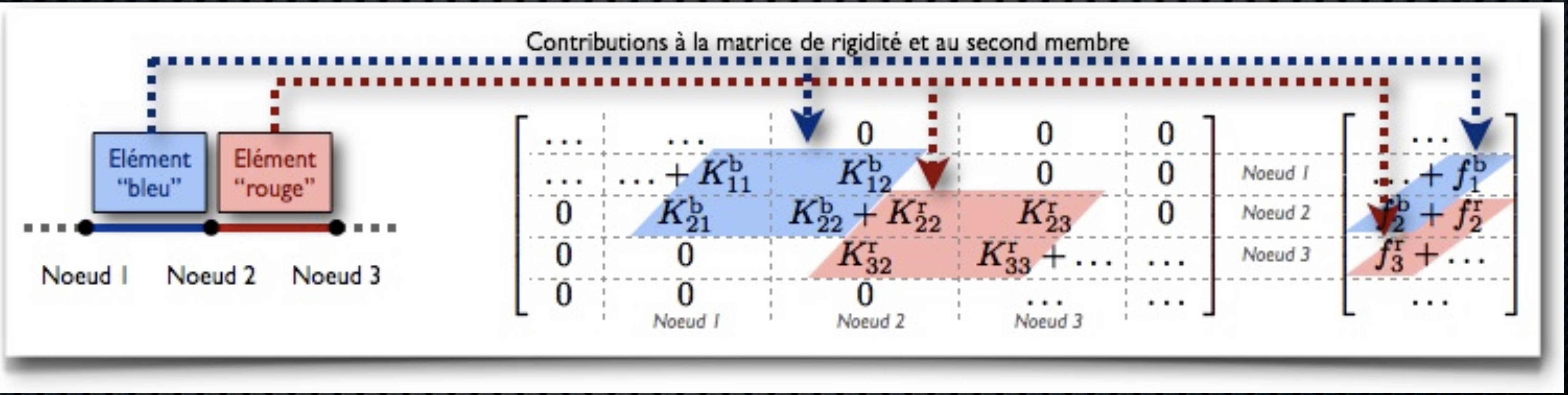


4.1 La solution

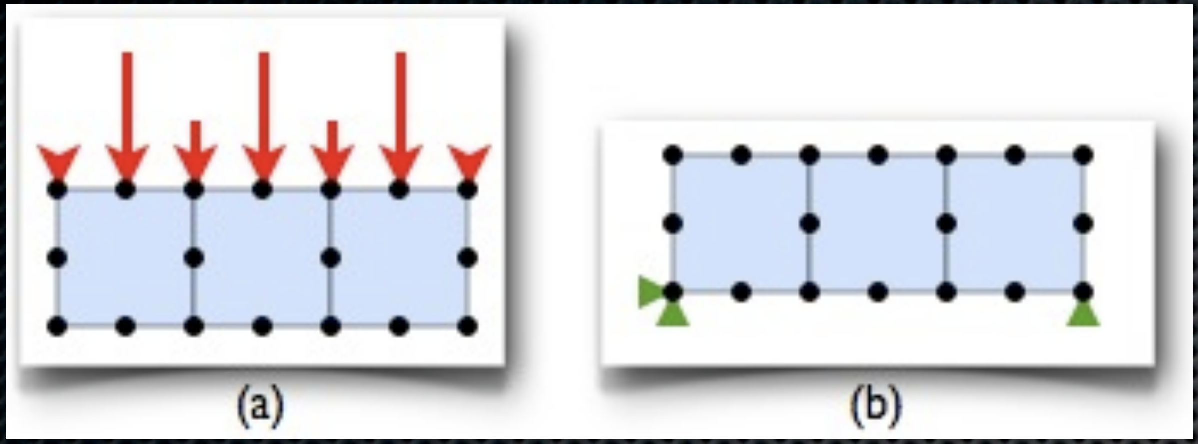


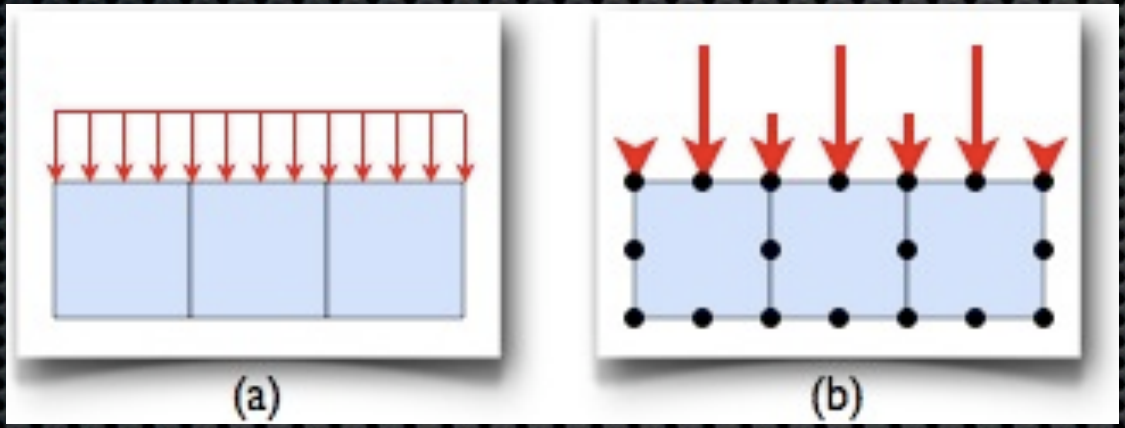
4.2 L'assemblage

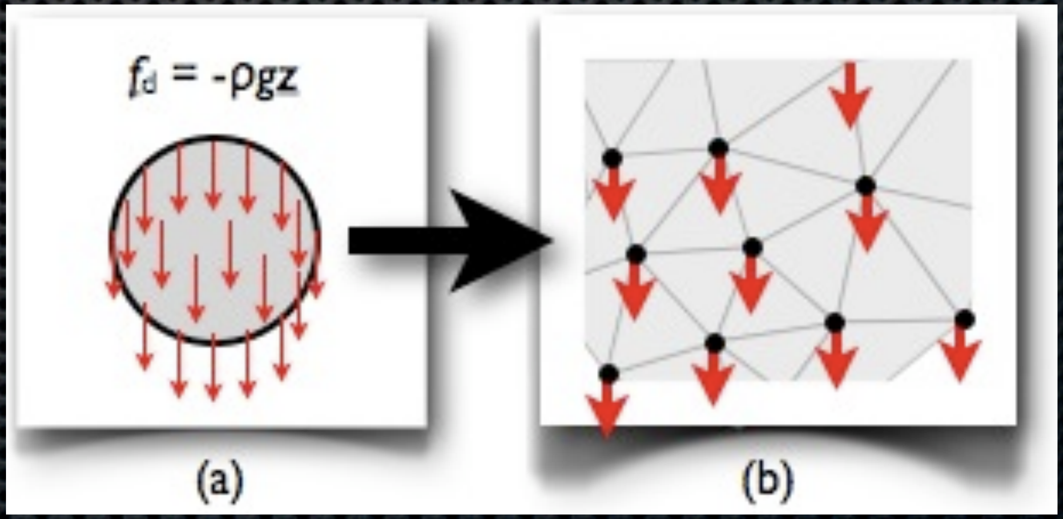
Des contributions élémentaires
vers la matrice globale



4.3 Prise en compte des CLs





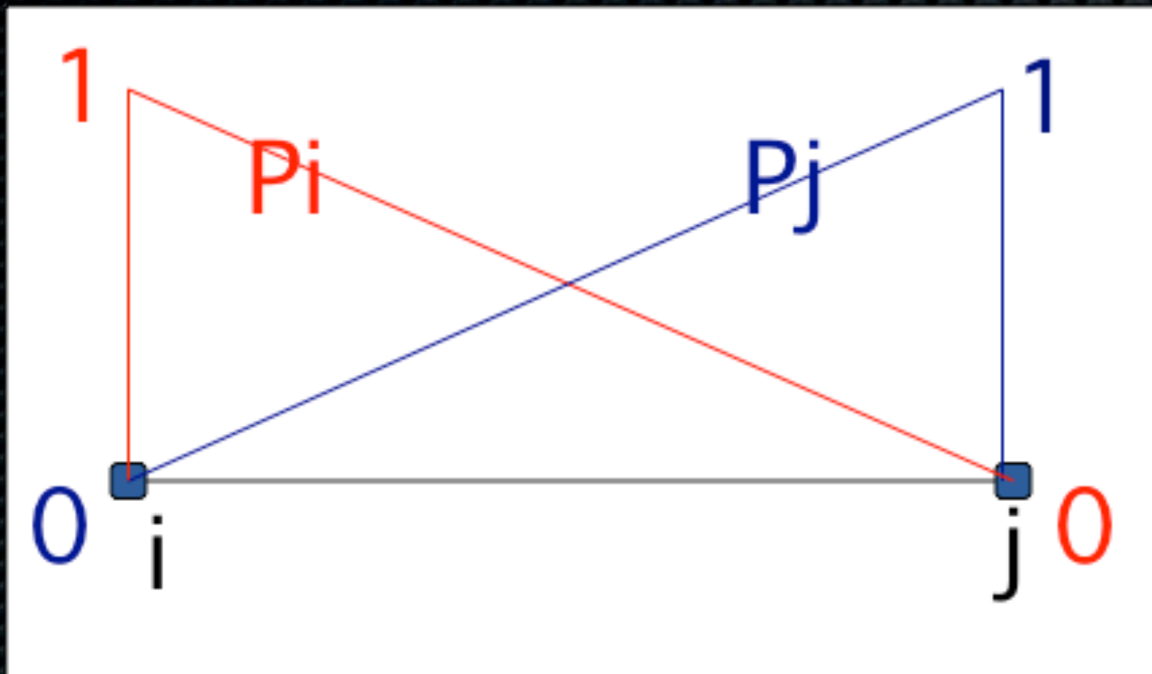


4.4 Efforts nodaux -> déplacements nodaux

K = matrice de rigidité

$$\sum_{j=1}^{n} K_{ij} u_j = f_i^{\mathrm{e}} \tag{1}$$

4.5 Les déformations



$$u = Pi(x) * u_i + Pj(x) * u_j$$

$$Pi(x) = 1 - (x / L)$$

$$Pj(x) = x / L$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

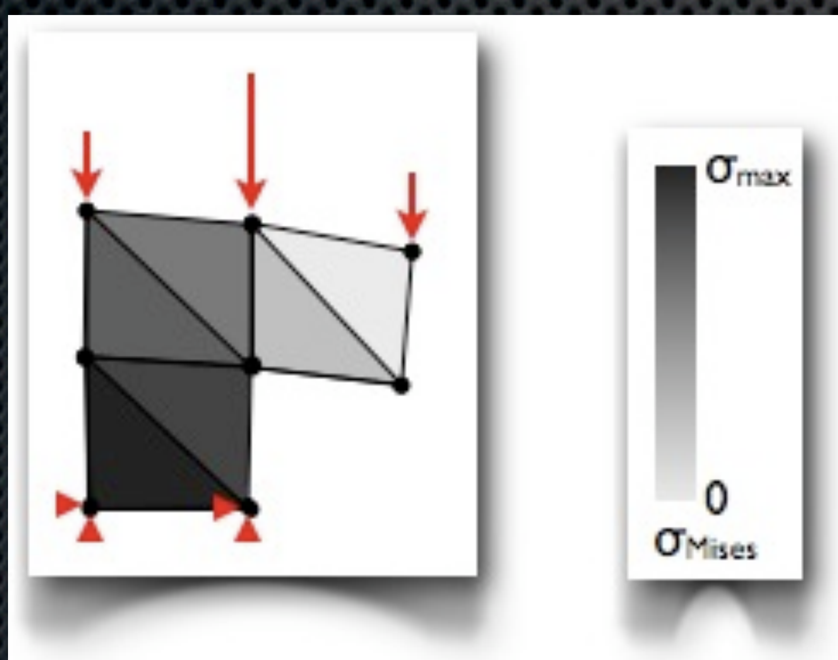
$$e = \frac{Du}{Dx} = (- u_i + u_j) / L$$

$$e = e_i + e_j$$

4.6 Des déformations vers les contraintes: le module de Young

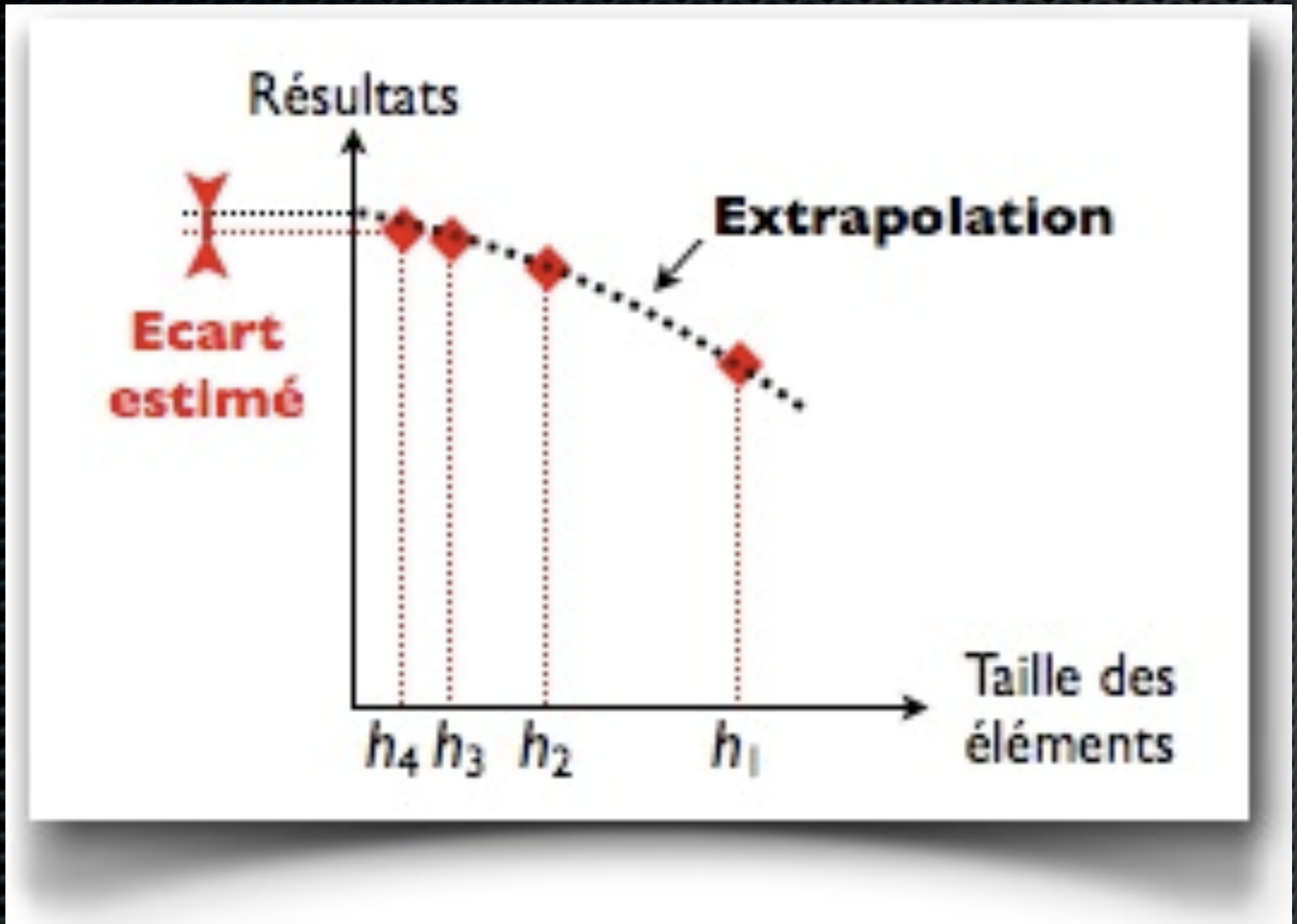
Grand Young = rigidité

Grand Young = petites déformations



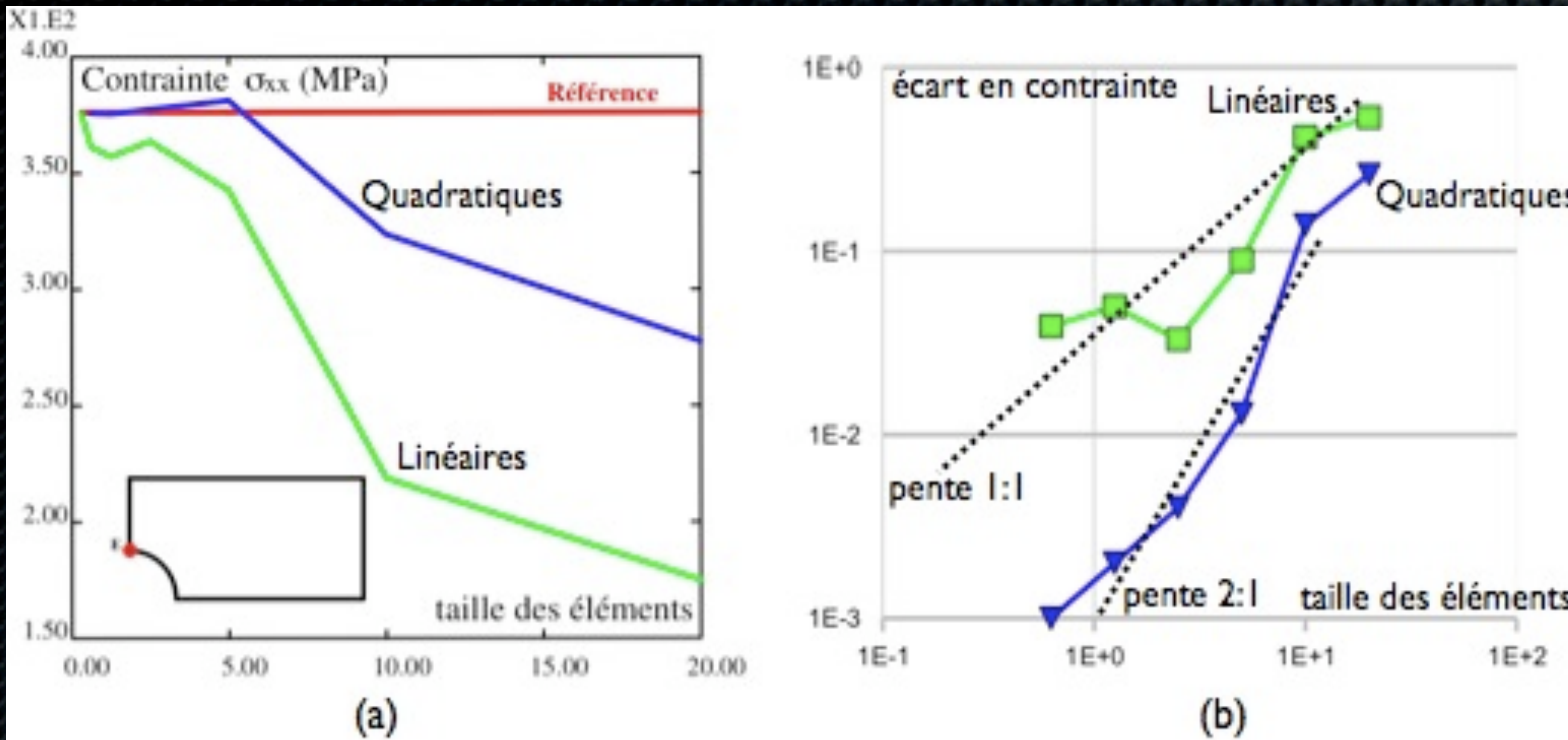
Loi de Hooke $$\boxed{\sigma = E \times \varepsilon}$$

4.7 La convergence



Faut-il beaucoup d'éléments pour avoir un résultat fiable ?

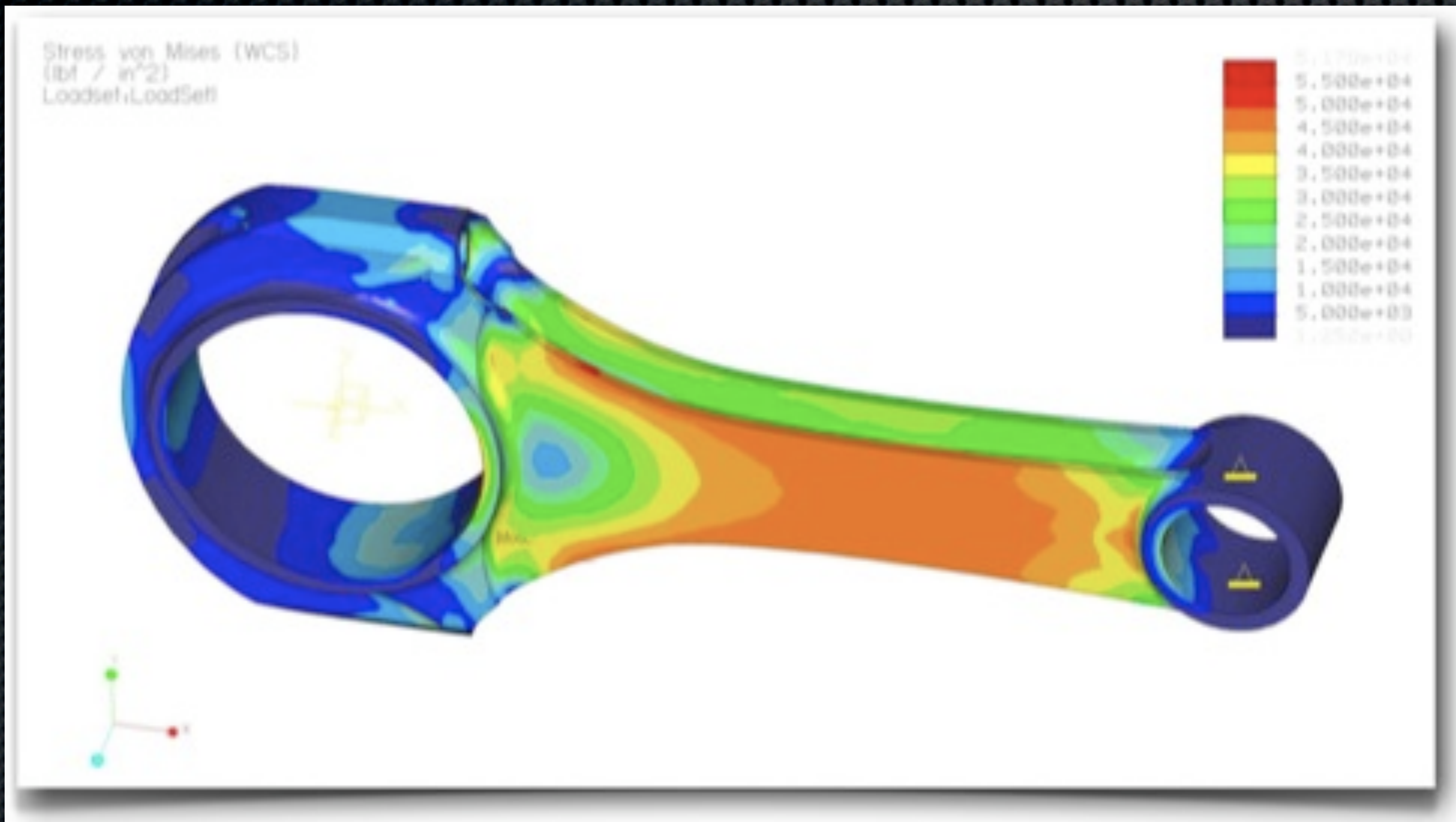
Faut-il des petits éléments
ou peut-on se contenter de «gros» ?



Convergence plus lente pour les contraintes que pour les déplacements

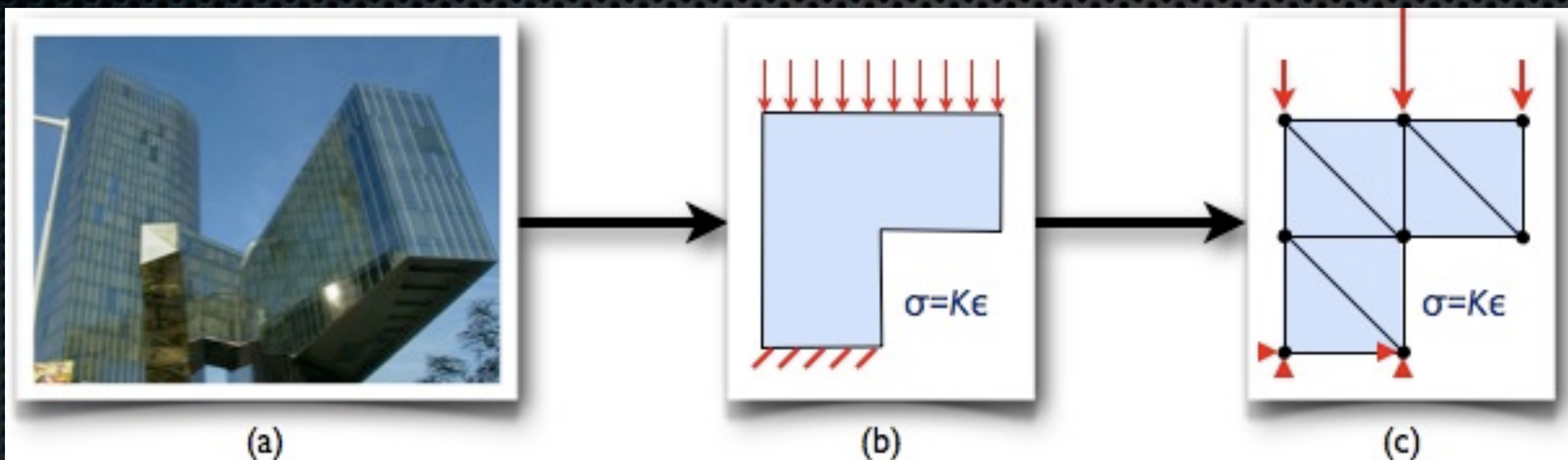
Convergence plus lente pour les élements linéaires que pour les éléments quadratiques

5. Le post-traitement

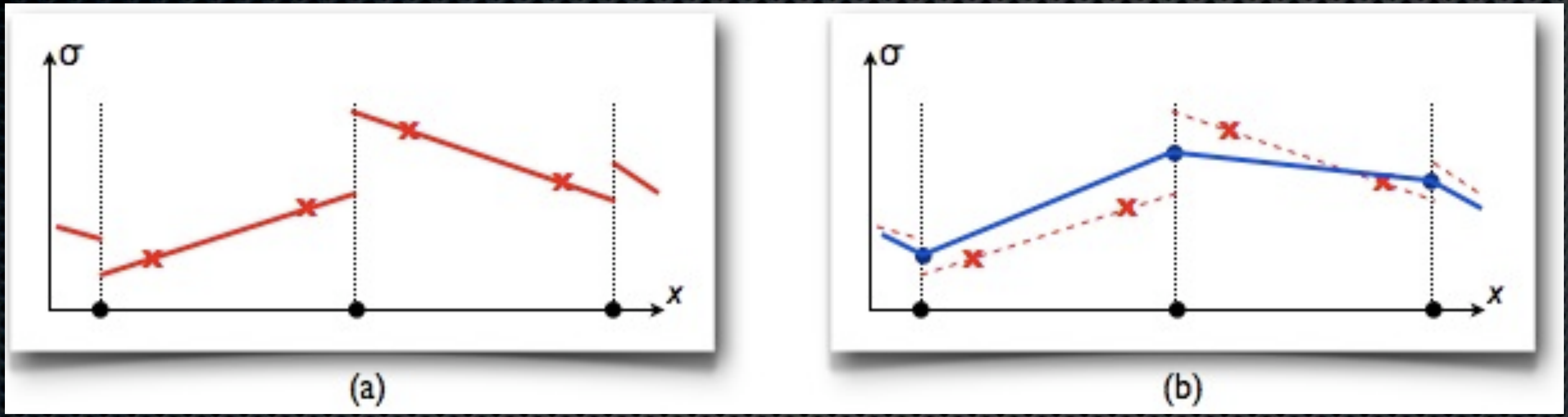


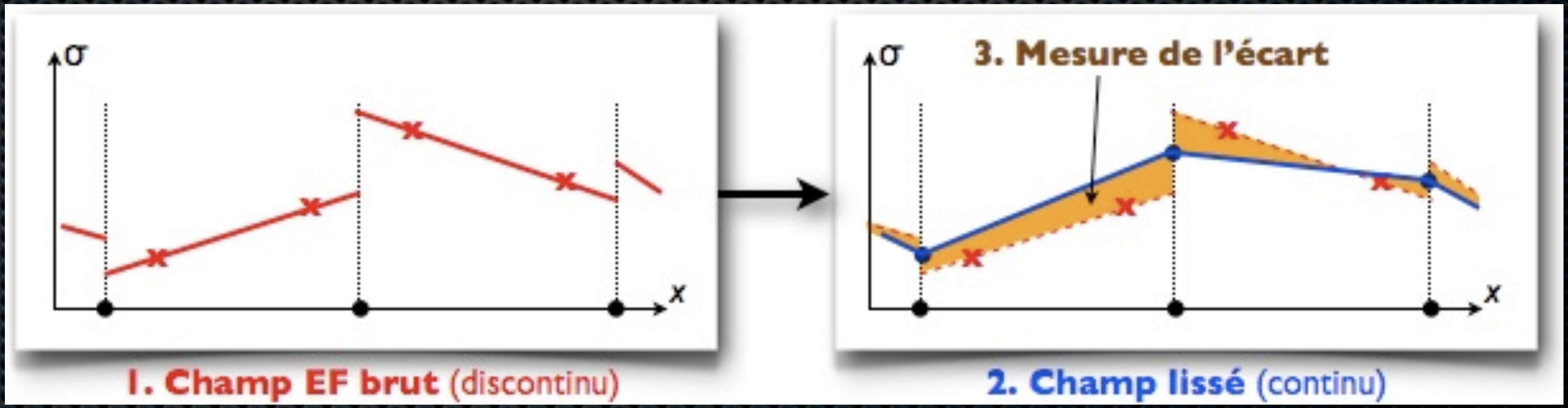
5.1 Interpréter les résultats

Les résultats sont-ils «vraisemblables» ?

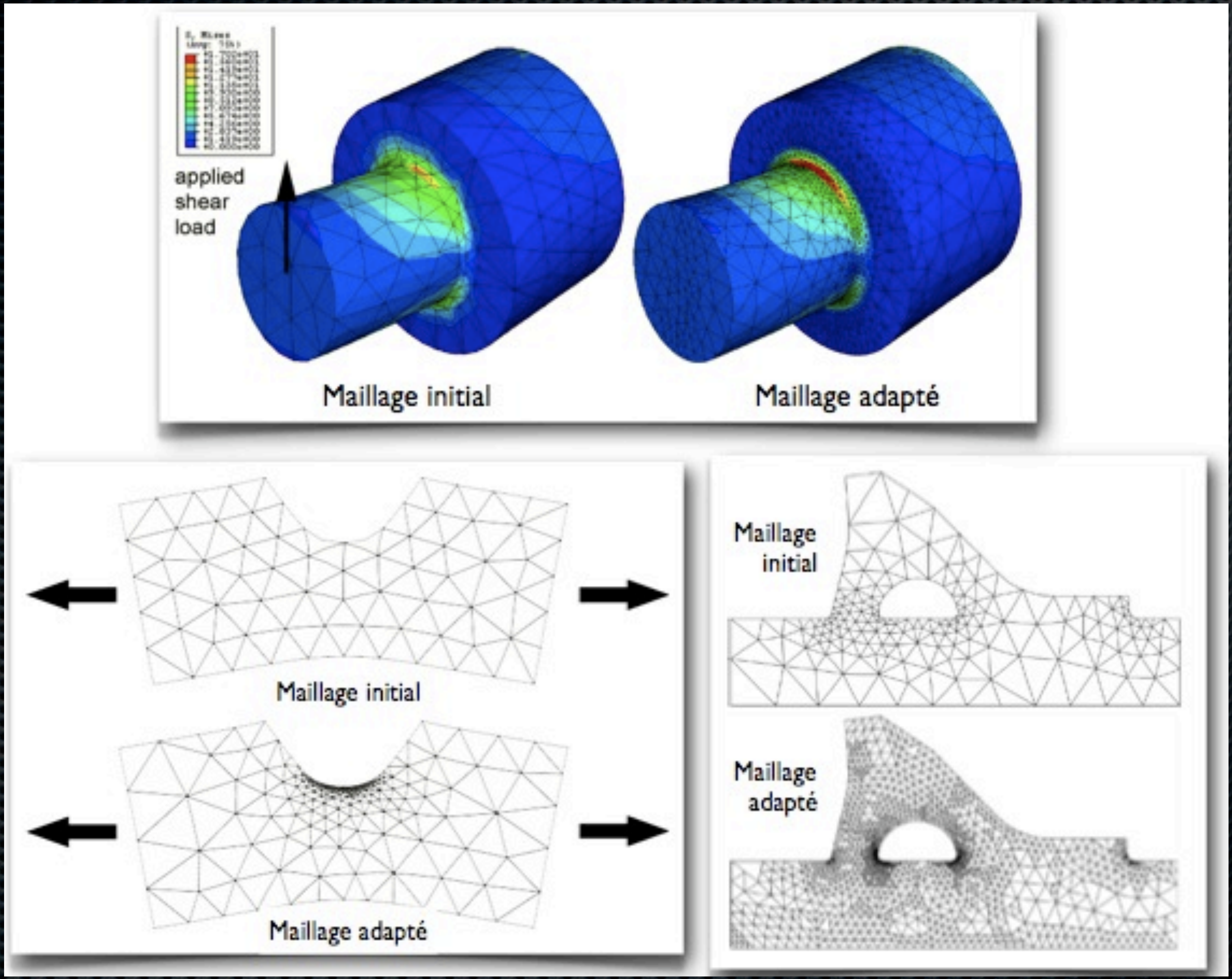


L'écart de la modélisation est-il «acceptable» ?





5.2 Adapter le maillage ?



Référence

Lionel Gendre,
Sciences de l'ingénieur

Université de Cachan, Fr

http://www.si.ens-cachan.fr/accueil_V2.php?page=search_advanced&author=Lionel+Gendre