



CC2, 23 avril 2026  
Durée : 1 h 10

*La correction tiendra compte de la clarté et de la précision de vos arguments.  
Tous les documents et appareils électroniques sont interdits.  
Le barème est indicatif.*

### Questions de cours (6 points)

(1) On considère la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) := \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

(a) Montrer que  $f(x) = o_0(x)$ .

(b) Montrer que  $f$  est dérivable en 0 mais qu'elle n'est pas de classe  $C^1$ .

(2) Énoncer le théorème de Taylor-Lagrange.

(3) Donner les développements limités à l'ordre 4 en 0 de  $e^x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\sqrt[3]{1+x}$ .

### Exercice 1 (4 points)

Montrer que pour tout  $x > 0$  on a

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin(x) < x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24}.$$

En déduire une valeur approchée de  $\sin(0,2)$  à  $10^{-4}$  près.

### Exercice 2 (5 points)

On considère la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \frac{\cos(x)}{2+x}$ .

(1) Calculer le développement limité de  $f(x)$  à l'ordre 2 en 0.

(2) Déterminer l'équation de la tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse 0, et la position de la tangente par rapport au graphe de  $f$ .

### Exercice 3 (5 points)

Calculer le développement limité à l'ordre 6 en 0 de  $f(x) := \sqrt{1 + \sin(x^2)}$ .  
Que vaut la dérivée 5-ième de  $f$  en 0?