

TD 2 : Fonctions, bibliothèque standard

Exercice 2.1 : Fonctions

- (b) Réaliser une fonction `Gamma` à deux arguments `z` et `N`, où `N` est un nombre naturel (avec une valeur par défaut de 100) et `z` est un nombre complexe. Elle retournera une approximation à la fonction Gamma $\Gamma(z)$ calculée par la formule d'Euler :

$$\Gamma(z) = \frac{1}{z} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{(1 + 1/k)^z}{1 + z/k}$$

en prenant compte les premiers N terms du produit.

Exercice 2.2 : Fonctions d'ordre supérieur

- (a) Réaliser une fonction `deriv` à trois arguments `f`, `x`, `epsilon`, où `x` et `epsilon` sont des float et `f` représente une application dérivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Les valeurs par défaut de `x` et `epsilon` seront 0 et 10^{-5} . La valeur de retour sera la dérivée de f au point `x` avec une précision numérique d'au moins $\mathcal{O}(\text{epsilon})$.
- (b) Réaliser une fonction `d` à deux arguments `f` et `epsilon` comme ci-dessus. Elle renverra une fonction réelle qui est la dérivée numérique f' de f avec une précision numérique d'au moins $\mathcal{O}(\text{epsilon})$.
- (c) Tester ces fonctions dans un programme. En particulier, il faut que `d(f)(x) = deriv(f, x)` pour toute fonction `f` et tout `x`. Vous pouvez vous servir des fonctions définies dans la bibliothèque `math` (par exemple, vérifiez que $\exp' = \exp$ et que $\sin' = \cos$ pour plusieurs valeurs des arguments).

Rappel : La dérivée d'une fonction dérivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ au point x est la limite

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Pour une meilleure approximation numérique on peut utiliser l'expression équivalente

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Exercice 2.3 : Le module math

Réaliser une fonction `gauss` à trois arguments `x`, `sigma`, `mu` supposés d'être du type float. Elle retournera la valeur de la fonction de Gauss au point x ,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Exercice 2.4 : Le module statistics

On donne une liste de nombres $L = [12.5, 2, 7.5, 8, 13.5, 8, 10, 6.5, 6, 16]$. Au moyen de la documentation en ligne (voir <https://docs.python.org>) se renseigner sur les fonctionnalités du module `statistics` de la bibliothèque standard. Trouver des fonctions appropriées de ce module pour calculer la moyenne, la médiane et l'écart-type de L (en anglais : “mean”, “median”, “standard deviation”).