



UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER



FACULTÉ DES SCIENCES

HA8201H - Maths PEIP S2

Contrôle Continu n°1 du 18/02/2026

Durée : 1 heure

Documents, calculatrices et objets connectés interdits

Les différents exercices de ce contrôle sont entièrement indépendants. Toute réponse doit être justifiée. La qualité et la clarté de la rédaction seront prises en compte dans la notation.

Exercice 1 (Cours). Soient E et F deux \mathbb{K} -espaces vectoriels et soit f une application de E vers F .

a) Donner la définition de $f : E \rightarrow F$ linéaire.

Supposons f linéaire. On note 0_E et 0_F les vecteur nuls de E et F , respectivement.

b) Rappeler la définition du noyau $\ker(f)$.

c) Montrer que $\ker(f)$ est un sous-espace vectoriel de E .

Exercice 2. Soient E et F deux sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 . L'espace E est engendré par les vecteurs $u_1 = (1, 2, 1)$ et $u_2 = (1, 1, 1)$, c'est-à-dire

$$E = \text{Vect}(u_1, u_2).$$

L'espace F est défini par

$$F = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{cases} -x + y + 3z = 0 \\ x - 3z = 0 \end{cases} \right\}.$$

a) Montrer qu'il existe un vecteur $u_3 \in \mathbb{R}^3$ tel que $F = \text{Vect}(u_3)$.

b) En déduire une base et la dimension de F .

c) Donner une base et la dimension de E .

d) Montrer que la famille (u_1, u_2, u_3) est une base de \mathbb{R}^3 .

e) Montrer que E et F sont supplémentaires, c'est-à-dire que $E \oplus F = \mathbb{R}^3$.

Exercice 3. On considère dans \mathbb{R}^3 les trois vecteurs suivants

$$u = (1, -3, 2), \quad v = (4, 3, -1) \quad \text{et} \quad w = (2, -1, 1).$$

- a) Montrer que la famille (u, v, w) est liée.
- b) Expliquer pourquoi la famille (u, v, w) ne peut pas être génératrice de \mathbb{R}^3 .
- c) Donner une représentation cartésienne de $\text{Vect}(u, v, w)$.
- d) Donner une base et la dimension de $\text{Vect}(u, v, w)$.