Prénom Nom : ....

Exercice 1

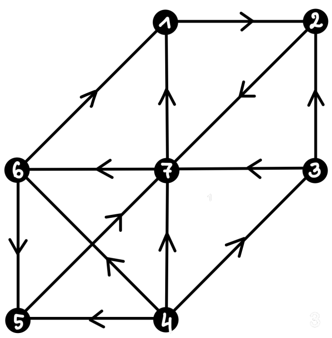
On considère l'algorithme suivant :

Algorithme : ALGO

Données : Un graphe orienté connexe $G = (V, A)$ donné par liste d'arcs.
Résultat : Deux fonctions $L_s : V \to \mathbb{R}$ et $L_e : V \to \mathbb{R}$.

début
  $n \longleftarrow 0$
  pour tous les $x \in V$ **faire**
    $L_s(x) \longleftarrow 0$;
    $L_e(x) \longleftarrow 0$;
    $n \longleftarrow n + 1$;
  pour tous les $\overrightarrow{xy} \in A$ **faire**
    $L_s(x) \longleftarrow L_s(x) + 1$;
    $L_e(y) \longleftarrow L_e(y) + 1$
  pour tous les $x \in V$ **faire**
    $L_s(x) \longleftarrow \frac{L_s(x)}{(n-1)}$;
    $L_e(x) \longleftarrow \frac{L_e(x)}{(n-1)}$;
  retourner L_s *et* L_e ;

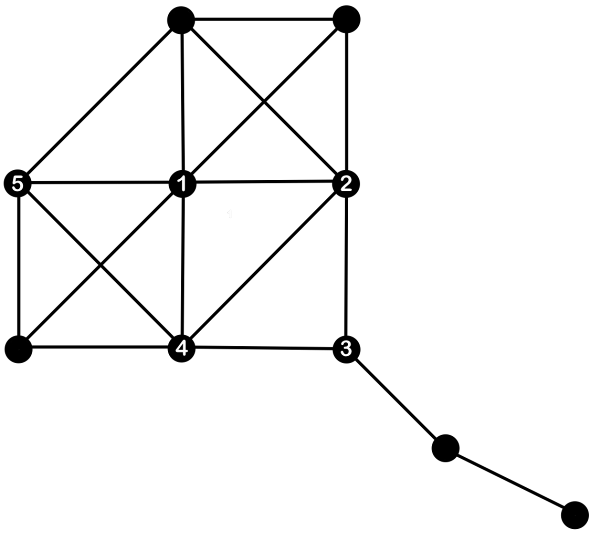
a) Faites le tourner sur le graphe suivant et donnez les valeurs de retour.



b) À quelles centralités correspondent L_e et L_s ?

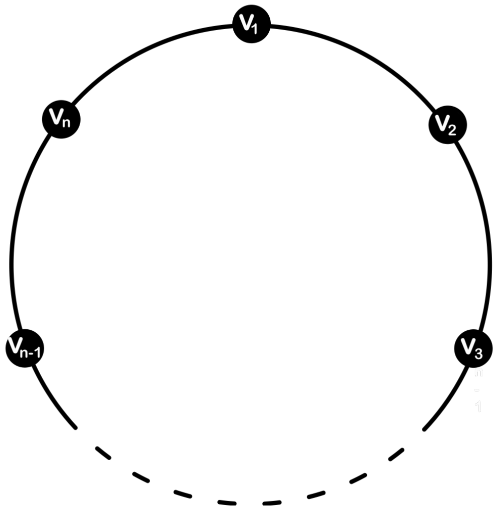
Exercice 2

Sur le graphe suivant, cinq sommets sont identifiés (de 1 à 5). Pour chacun de ces cinq sommets, dites s'il s'agit d'un sommet qui possède la plus grande centralité de degré, la plus grande centralité de proximité, la plus grande centralité d'intermédiarité ou s'il ne maximise aucune de ces trois centralités. On ne vous demande pas de calculer les valeurs précises des différents paramètres de centralité, mais d'inférer la réponse grâce aux définitions de ces paramètres. Une brève justification de vos réponses sera un plus.



Exercice 3

a) Étant donné un cycle de longueur n, calculer la centralité de proximité nomalisée de chacun de sommets pour $n = 9$, puis pour $n = 10$.



b) Des algorithmes permettent de calculer les différentes centralités normalisées (degré, proximité, intermédirité, vecteur propre) dans le cas général. Dans le cas particulier de certaines classes de graphes très régulières (chemins, cycles, graphes complets, …), il est possible de proposer des formules mathématiques qui permettent d'obtenir les valeurs de centralité des différents sommets de manière directe.

Proposer une formule qui donne, en fonction de n, la valeur de la centralité de proximité pour les sommets d'un cycle de longueur n **impaire**.

La formule permettant de calculer la somme des n premiers entiers est rappelée :

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$