

GESTION des RISQUES

Contrats Futures & Forward

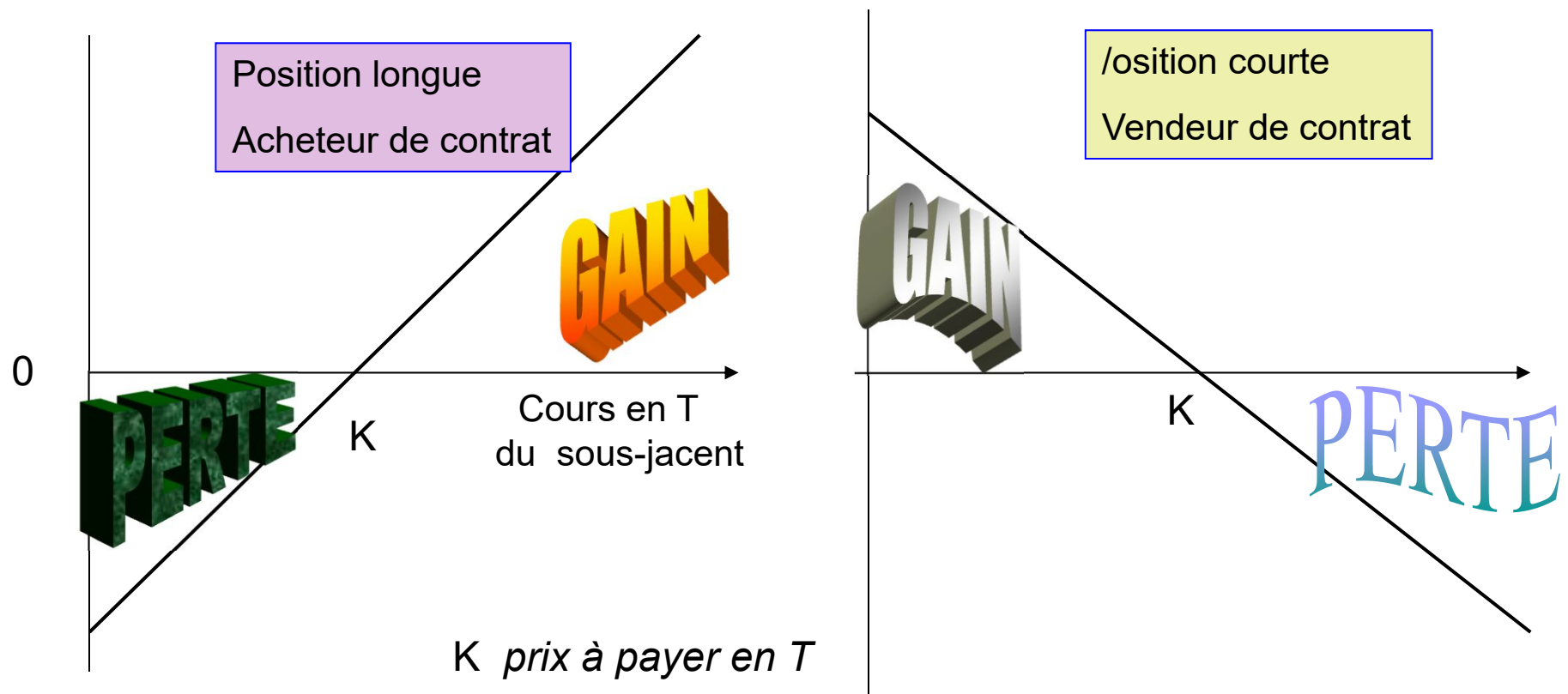
Pr. Alain FRANCOIS-HEUDE

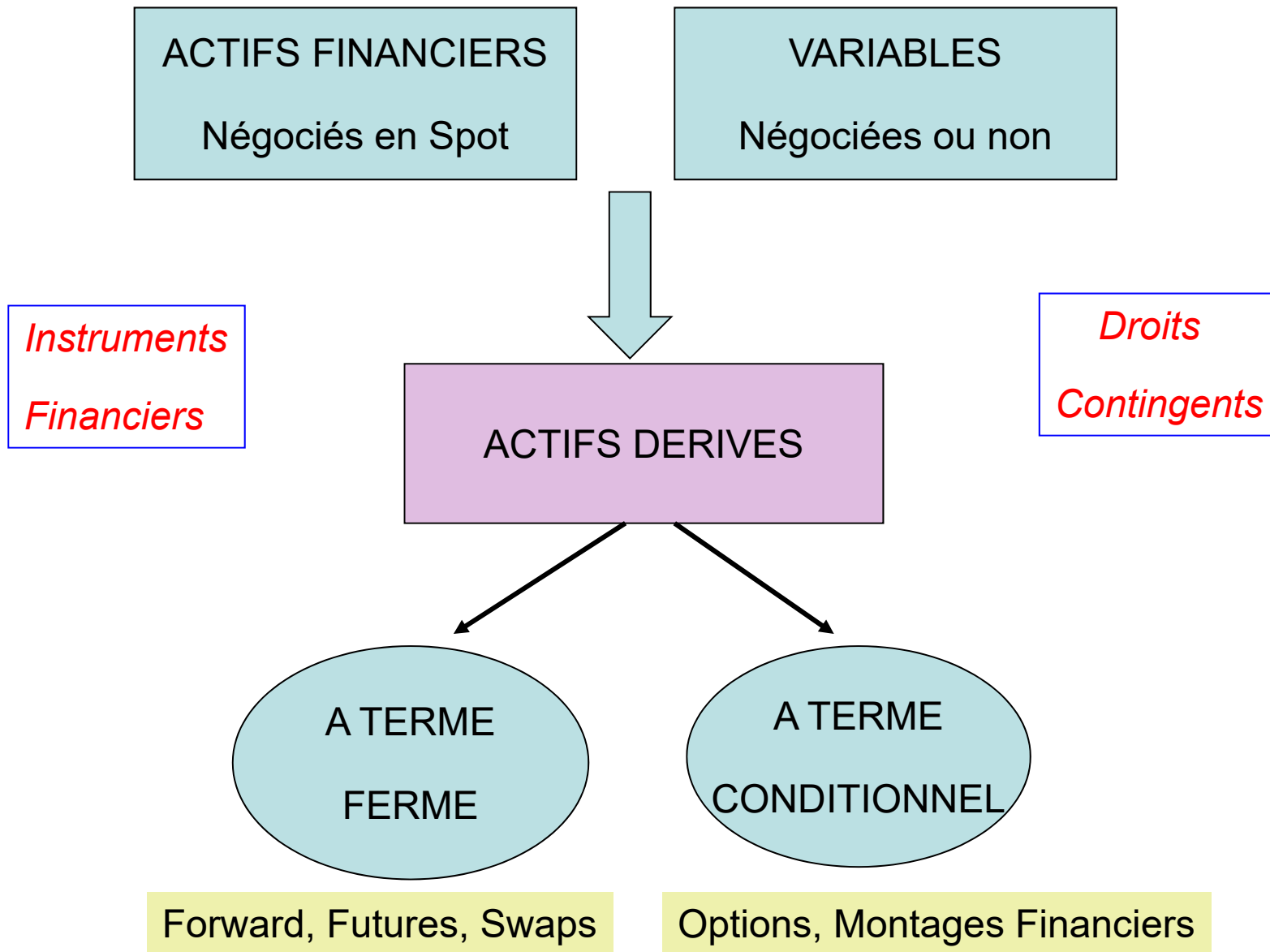
alain.francois-heude@umontpellier.fr

<https://moodle.umontpellier.fr/> Cours : **Analyse Financière des Risques**

Une firme qui sait qu'elle doit vendre un actif dans le futur peut en connaître le prix aujourd'hui en prenant une 'short position' en Futures

Une entreprise qui sait qu'elle doit acheter va donc réaliser un achat à terme





Contrat Forward :

Engagement ferme à acheter ou vendre un actif (sous-jacent) à une date future spécifiée et à un prix déterminé.

A la signature du contrat, aucun flux financier n'est réalisé

L'acheteur est dit en 'position longue' [*long position*] et le vendeur en 'position courte' [*short position*]

Ne pas confondre avec une vente en spot où la livraison est différée.
(le paiement est immédiat)

En général, cela se négocie de gré à gré (marchés OTC, *Over The Counter*)

Le dénouement du contrat avant l'échéance doit se faire avec la contrepartie

Support : tout actif négociable (matières premières, indices, taux, actions, ...)

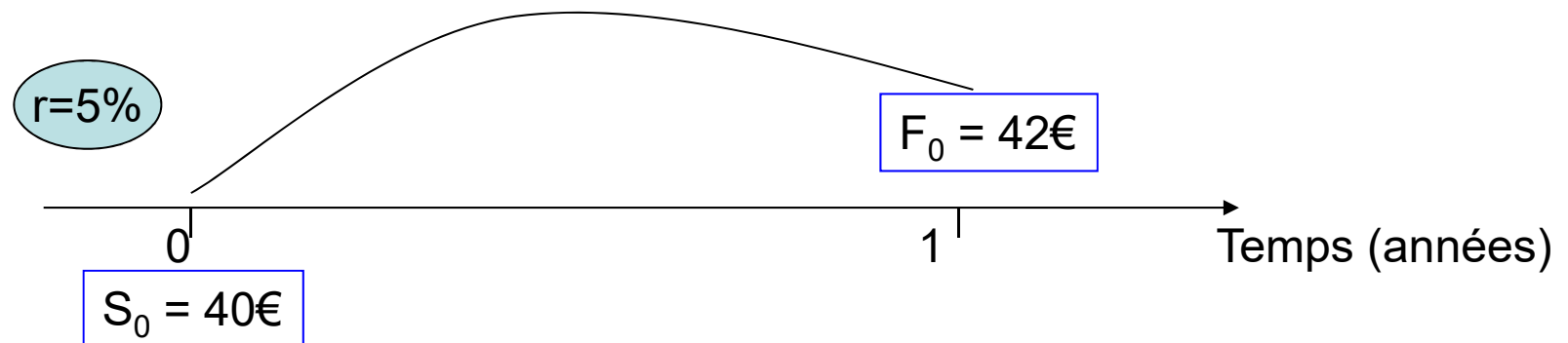
Relation prix spot – prix forward :

- Stratégie 1 : achat d'un actif au comptant (au prix S_0) financé par emprunt au taux r
- Stratégie 2 : achat d'un contrat *forward* sur l'actif au prix K livré et payé en T

A l'échéance, l'investisseur est dans la même situation (détention de l'actif prix = S_T)
Donc, à l'équilibre (pas d'arbitrage), les 2 stratégies sont équivalentes

Exemple : une action a un prix actuel de 40€ (S_0) et le taux d'intérêt à un an est de 5%. Son achat financé par emprunt, induit un intérêt de 2€

→ le prix forward F_0 à un an doit être de 42€ sinon des arbitrages sont possibles



Equation d'équilibre :

$$F_0 = S_0(1+r)^T \text{ ou } S_0 = \frac{F_0}{(1+r)^T}$$

Le prix Forward est différent du prix spot augmenté des intérêts

Par exemple, si le prix forward est de 43€, il suffit de :

en $t=0$

- acheter en spot à 40€ avec financement par emprunt,
- vendre un contrat à un prix de 43€ (position short)
- répéter l'opération tant que cela est possible

en T ,

- livrer l'action contre 43€, rembourser l'emprunt (40€+2€)

→ à l'échéance le gain certain (non risqué) est de 1€ par opération

Avec un prix forward à 41€,

- achat d'un contrat forward à 41€,
- vendre l'action à découvert (paiement immédiat & livraison différée)
- placement des 40€ à 5% sur un an (intérêts = 2€)
- en T , exercer le contrat, d'où un gain de 1€

Cas où un flux intermédiaire connu survient pendant le contrat

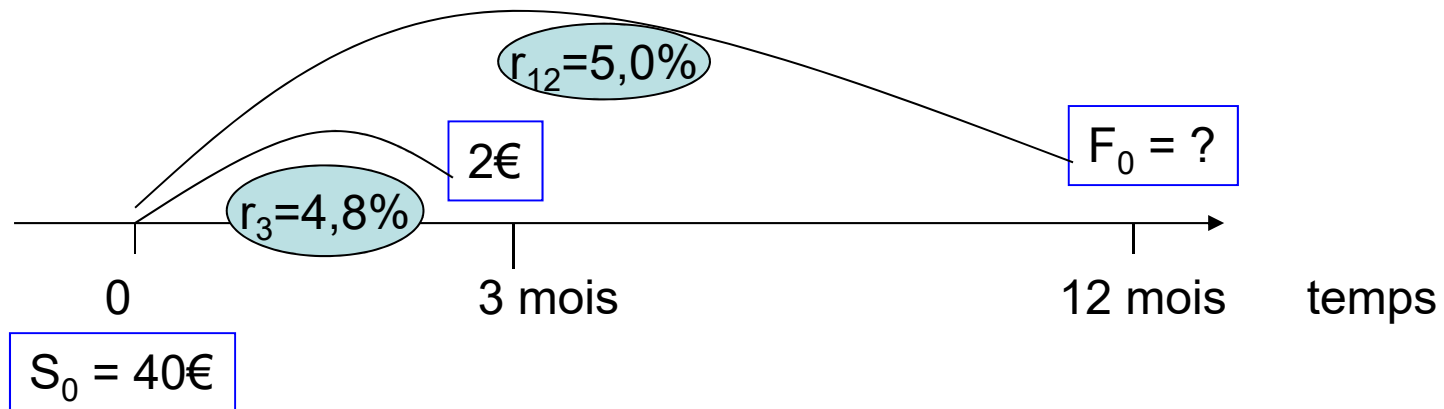
Par exemple, un dividende de 2€ est détaché dans 3 mois

Taux d'intérêt à 3 mois = 4,80% et taux à un an = 5,00%

Prix spot = 40€

Valeur du contrat égale à :

Prix Forward = Prix spot + intérêts de l'emprunt – effet revenu



La valeur du contrat d'emprunt devient :

$$40 = \frac{2}{(1 + 4,8\%)^{3/12}} + \frac{F_0}{(1 + 5,0\%)^{12/12}}$$

$$\Rightarrow F_0 = \left[40 - \frac{2}{(1 + 4,8\%)^{3/12}} \right] (1 + 5,0\%)^{12/12} = 39,924\text{€}$$

F_0 correspond au dernier paiement car il est financé par le contrat forward

Généralisation :

$$F_0 = [S_0 - I](1 + r)^T \quad \text{avec} \quad I = \frac{\text{Flux intermédiaire}}{\text{actualisé}}$$

Si cet équilibre ne se vérifie pas, il existe des opportunités d'arbitrage sans risque

Remarque : le flux intermédiaire peut être négatif. ex : coût de stockage

Dans ce cas, le flux actualisé s'ajoute et la relation reste vraie!

Cas d'une économie en temps continu

La relation de prix Spot-Forward devient en capitalisation continue

$$F_0 = S_0 (1+r)^T \Rightarrow F_0 = S_0 e^{rT}$$

car $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{x}\right)^x = e^r$

Avec un paiement continu (ex : un dividende ou un coupon très fréquent)

On obtient, en notant d le taux de dividende continu et s le coût de stockage continu

$$F_0 = S_0 e^{(r-d+s)T}$$

Questions :

- 1 - En tant que négociant sur les marchés de blé, vous observez les prix spot (7,80\$) et forward à un mois (8,10\$) d'un boisseau de blé. Le coût mensuel de stockage est de 0,40\$. Que convient-il de faire?
- 2 – Quel devrait être le cours à terme d'une marchandise dont le prix au comptant est de 100€, le taux Euribor à 3 mois de 4,40% et le coût de stockage trimestriel de 2% de la valeur spot ?
- 3 – Déterminer le cours spot d'une once d'or sachant :
 - le cours à terme 832\$ (échéance 6 mois)
 - le bon du Trésor à 6 mois cote 97,20%
 - le coût de portage est de 2\$ par once d'or
- 4 – Le prix forward d'une obligation est de 910€, le prix spot de 900€ avec une échéance de 9 mois et un coupon de 40€ dans 4 mois. Les taux Euribor sont de 3% à 4 mois et 4% à 9 mois. Que faut-il faire ?
- 5 – Même question si le prix forward est à 870€

Réponses 1 à 3

1 - En tant que négociant sur les marchés de blé, vous observez les prix spot (7,80\$) et forward à un mois (8,10\$) d'un boisseau de blé. Le coût mensuel de stockage est de 0,40\$. Que convient-il de faire?

Il faut vendre le stock au comptant et prendre une position longue sur le marché à terme d'échéance 1 mois → Gain de 0,10\$ par boisseau (environ 27Kg)

2 – Quel devrait être le cours à terme d'une marchandise dont le prix au comptant est de 100€, le taux Euribor à 3 mois de 4,40% et le coût de stockage trimestriel de 2% de la valeur spot ?

$$F = S (1 + r + s) \rightarrow F = 100 * (1 + 4,40\%/4 + 2\%) = 100*(1,031)=103,10\text{€}$$

3 – Déterminer le cours spot d'une once d'or sachant :

- le cours à terme 832\$ (échéance 6 mois)
- le bon du Trésor à 6 mois cote 97,20%
- le coût de portage est de 2\$ par once d'or

$$F = S (1 + r) + sto \rightarrow S = [F - sto] / (1 + r) = [832 - 2] / (1 + 5,84\%/2) = 806,45\text{\$}$$

$$\text{car } V_0 = \frac{1}{(1+r)^{m/12}} \Rightarrow r = \left(\frac{1}{V_0} \right)^{12/m} - 1 \Rightarrow r = \left(\frac{1}{97,20\%} \right)^{12/6} - 1 = 5,844\%$$

Réponses 4 et 5

(Exemple tiré de HULL 2007)

4 – Le prix forward d'une obligation est de 910€, le prix spot de 900€ avec une échéance de 9 mois et un coupon de 40€ dans 4 mois. Les taux Euribor sont de 3% à 4 mois et 4% à 9 mois. Que faut-il faire ?

Stratégie opportuniste :

- En $t=0$: Emprunter 900€ pour acheter l'obligation et vendre un contrat à terme
Paiements prévus : 40€ dans 4 mois et le reste dans 9 mois

-Gain attendu = 23,40€ → Prix Fwd (910) – Dernier remboursement (886,60)

$$886,60 = \left[900 - 40e^{-3\% \cdot 4/12} \right] e^{4\% \cdot 9/12}$$

5 – Avec un prix forward de 870€, il faut vendre l'obligation à découvert et prendre une position longue sur le forward en plaçant à 4 mois pour disposer de 40€ et le solde à 9 mois.

$$\text{montant à placer à 4 mois} = 40 \cdot e^{-3\% \cdot 4/12} = 39,60$$

$$\text{montant à 9 mois} = 900 - 39,60 = 860,40$$

$$\text{ce qui rapportera } 886,60 = 860,40 \cdot e^{4\% \cdot 9/12}$$

Gain attendu = 16,60€ → Encaissement (886,60€) – Paiement (870€)

Contrat Futures :

Contrat à terme standardisé négocié sur des marchés organisés

- un produit parfaitement spécifié (avec des règles d'équivalence)
- des échéances fixes

Les positions de chacun sont ajustées à chaque fin de journée.

- un dépôt de garantie est exigé pour contracter
- un appel de marge régularise quotidiennement les positions

* ajout à la garantie si la position est gagnante

* prélèvement dans le cas contraire

Une chambre de compensation s'interpose entre acheteur et vendeur

- une sécurité dans la contrepartie
- la synthèse des engagements

L'actif sous jacent

un produit standard

Une devise, un indice, une obligation, une marchandise

une taille adaptée au marché

Une tonne, 100 boisseaux, un nominal de 100 000€, 10 fois l'indice

Livraison :

En physique ou en cash,
plusieurs lieux possibles avec prix ajusté,
différentes qualités avec adaptations selon les variétés
Substitution du notionnel par des obligations réelles

Cotation :

En unités monétaires ou en % avec décimales
Un *tick* de cotation spécifié
Une amplitude quotidienne maximale

Valorisation du contrat

Principe : *Mark to market* ou le prix de compensation

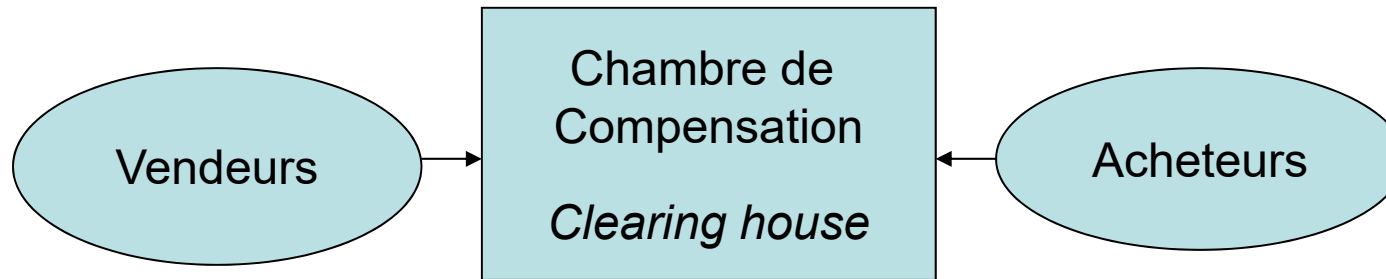
A chaque jour de cotation le contrat est remis à zéro
Paiement du gain ou de la perte

Exemple : achat d'un contrat à terme (position longue)

| Date | Prix du Futures | Gain jour | Gain cumulé | Compte dépôt | Appel marge | |
|------|-----------------|-----------|-------------|--------------|-------------|---------------|
| 1 | 100 | | | 20 | | Dépôt initial |
| 2 | 102 | +2 | 2 | 22 | | |
| 3 | 103 | +1 | 3 | 23 | | |
| 4 | 98 | -5 | -2 | 20 | car +2 | Appel 1 |
| 5 | 94 | -4 | -6 | 20 | car +4 | Appel 2 |

Le vendeur du contrat connaît une évolution inverse

Limitation du risque de contrepartie

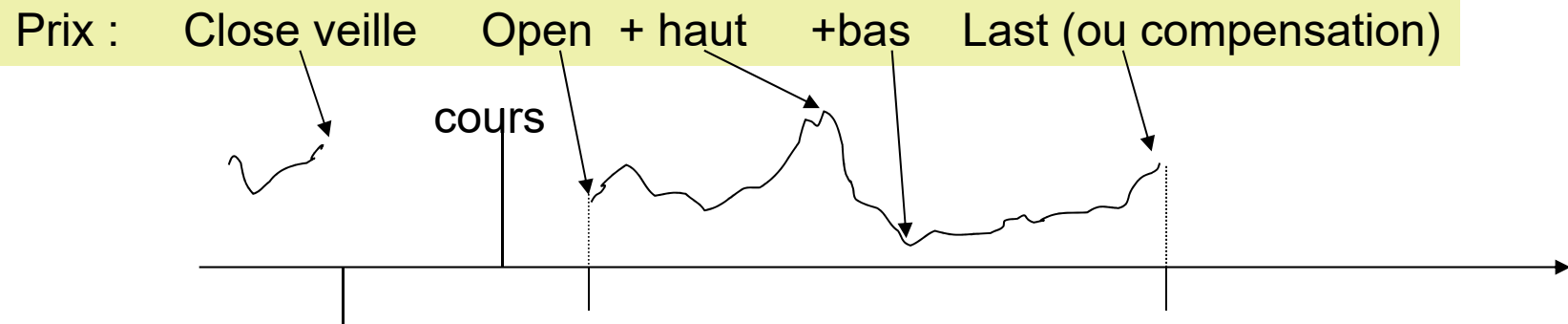


Acheteurs et vendeurs ne se connaissent pas.
Les *brokers* ajustent les positions avec la chambre de compensation et se retournent ensuite (ou avant) vers leurs clients.

Les dépôts peuvent être rémunérés par les *brokers* ou peuvent être effectués en titres avec réduction du taux de couverture

Un investisseur qui ne répond pas à l'appel de marge (*call margin*) est dénoué instantanément sur le marché

Statistiques et échéances



Volume : nombre de transactions depuis l'ouverture
éventuellement : nombre de *trades* depuis l'ouverture du contrat

P.O. Position Ouverte (*Open Interest*)

nombre de contrats présents sur le marché à l'instant t

La P.O. augmente quand un acheteur nouveau traite avec un nouveau vendeur,
diminue quand un ancien acheteur revend à un ancien vendeur,
reste stable quand un nouvel acheteur se substitue à un ancien

La P.O. est un indicateur important de la liquidité d'un marché

Un investisseur ne peut détenir une position trop importante sur un marché